

## 第21回西神サイエンス研究会

# 出願済量子コンピュータ特許の 要所リマインドと、最近の技術動向 ～審査請求 要否判断のための参考ギロン～

対象特許：特開2021-158138 量子ビット集積装置（2020/03/25出願）



2022. 11. 30.

サイエンス研究会

井上憲一

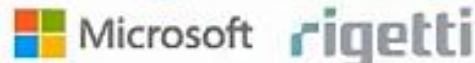


（共同発明者：西元、丸山、池田、小湊、山上、故川田）

※各社の決断者

# 量子コンピュータの歴史

第二期ブーム



★一部スライドの出典

量子力学の誕生 1920~



ハイゼンベルグ シュレーディンガー

第一期ブーム

量子コンピュータは  
ある種の重要な計算を  
指数的に高速に解ける



藤井啓祐  
量子コンピュータの  
研究を開始する ('06)

量子アニーラ



D-wave(カナダ)

Googleが  
D-wave マシンを  
購入して研究を開始

約50年の熟成



ランダウ ファインマン



ショア

素因数分解アルゴリズム  
(RSA暗号)



NEC 中村・蔡先生

固体素子で量子ビット



西森先生  
(東工大)

量子アニーリング



停滞期

5-量子ビット

超高忠実度を実現

Googleグート型量子コ  
ンピュータに参戦



マルチネス

IBMがIBMQ  
をクラウドで公開



20-50量子ビット

'81 '85

'94 '95

'98 '99

'11 '14

'16 '17

2019年



量子チューリング機械

量子コンピュータ

ドイチュ

量子コンピュータはデジタル  
精度保証できる

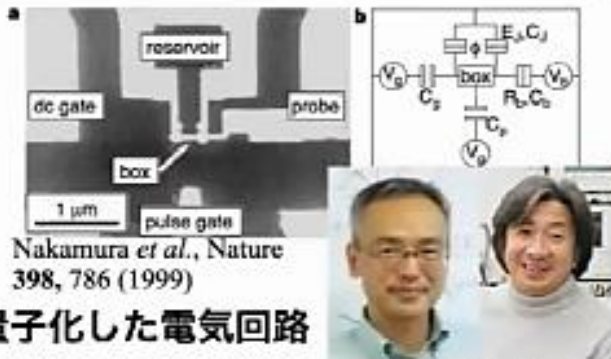
簡単な理論はやり  
尽くされる  
量子ビットの数が  
なかなか増えない

量子超越性  
(量子加速の実証)

# 様々な量子ビットたち ⇒量子コンピュータ展開を模索中

## ミクロな世界は量子力学で動いている→皆量子ビット

### 超伝導量子ビット



量子化した電気回路



### イオントラップ



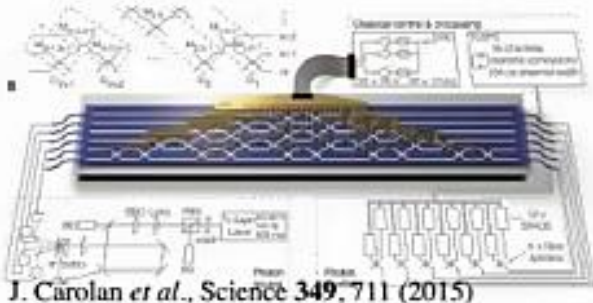
原子(イオン)の内部状態&振動状態



### キャビティQED



### 光量子ビット

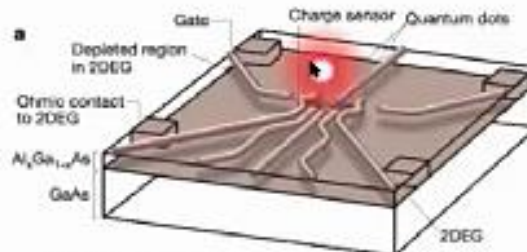


J. Carolan *et al.*, Science 349, 711 (2015)

単一光子(空間モード, 偏光モード)

古澤先生 NTT

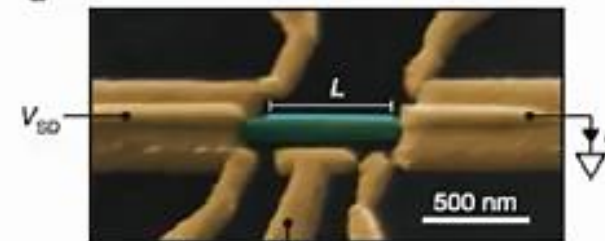
### 量子ドット



T.D. Ladd *et al.*, Nature 464, 45 (2010)

半導体量子井戸に捕獲した電子

### トポロジカル量子ビット



S. M. Albrecht *et al.*, Nature 531, 206 (2016)

マヨラナゼロモード  
(半導体ナノワイヤ+超伝導)



# 量子コンピューター

汎用

組み合わせ最適化問題専用



主な開発企業

(出所)編集部

## 量子コンピューターの二つの方式

量子ゲート方式		量子アニーリング(イジングモデル)方式
量子ビットで計算回路を作る	仕組み	相互作用を持つ量子ビット列の変化を使い解を得る(組み合わせ最適化問題専用の計算機)
暗号の解析、創薬や新素材開発のためのシミュレーションなど、汎用計算機では計算困難な問題	適用先	類似画像の検索や顧客属性の分類、経路探索、ポートフォリオ計算など、最適化問題が適用できる分野(機械学習やAIでの適用も研究中)

(出所)野村総合研究所

→組み合わせ問題で実用

# “量子もつれ”とは

(2022年のノーベル物理学賞)



量子ビット:  $|\Psi\rangle = \alpha |0\rangle + \beta |1\rangle$  重ね合せ状態

Qbit  $|\uparrow\rangle = \{ |0\rangle, |1\rangle \}$

Spin  $|\uparrow\rangle = \{ |\downarrow\rangle, |\uparrow\rangle \}$

核  $|\text{崩}\rangle = \{ |\text{安}\rangle, |\text{崩}\rangle \}$

猫  $|\text{死}\rangle = \{ |\text{生}\rangle, |\text{死}\rangle \}$

cf. 確率:  $p = |\Psi|^2 = \langle \Psi | \Psi \rangle$

独立の2量子ビット (直積)

2Qbit  $|\Psi\rangle = \{ |00\rangle, |10\rangle, |01\rangle, |11\rangle \}$

“もつれ” た2量子ビット ⇒ 観測で瞬時連動して確定

2Qbit  $|\Psi\rangle = \{ \cancel{|00\rangle}, |10\rangle, |01\rangle, \cancel{|11\rangle} \}$

2Spin  $|\Psi\rangle = \{ \cancel{|\uparrow\uparrow\rangle}, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, \cancel{|\downarrow\downarrow\rangle} \}$

核-猫  $|\Psi\rangle = \{ |\text{安生}\rangle, |\text{崩死}\rangle \}$

シュレディンガーの猫

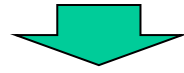


或る条件下、縮退して重なった区別つかない複数の量子状態  
保存則 ⇒ 禁制則

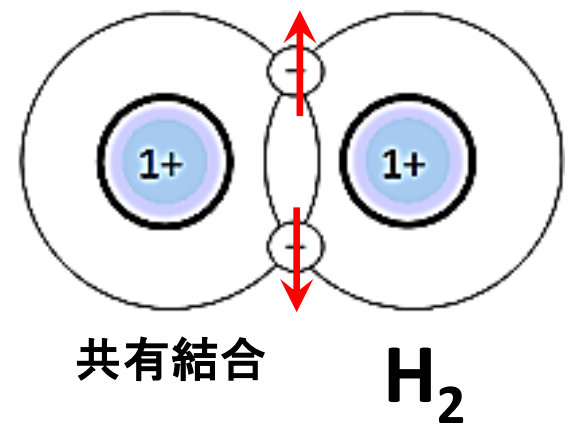
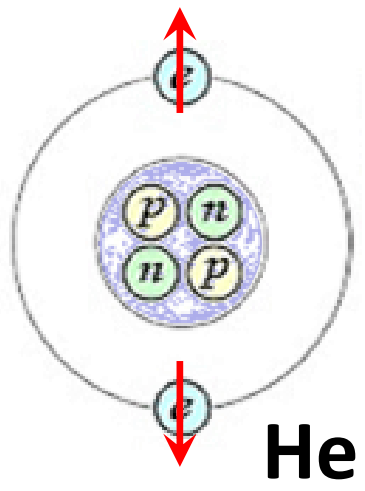
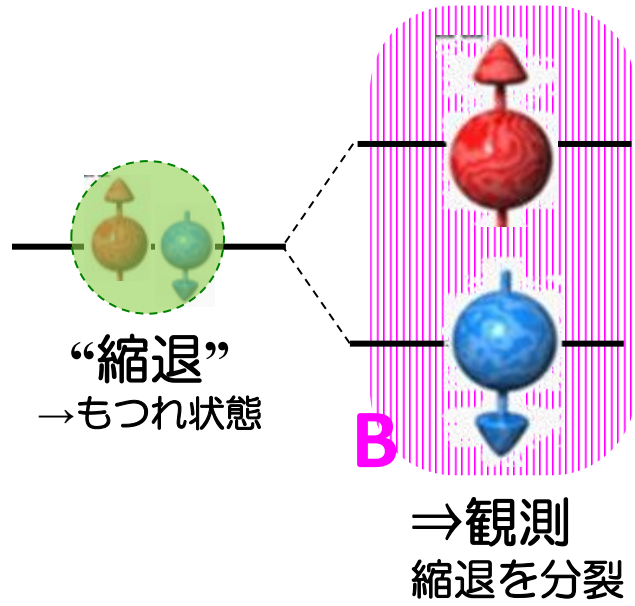
【スピンの傍証】 ⇒ (原子核) 電場を仲介した量子もつれ

# パウリの排他律 @1924

『電子は2つの量子状態を持つ』と提案  
(自転に似た内部自由度) ⇒ ”スピン“



「同じ量子状態には1つの電子しか入れない」  
⇒ 同じ軌道には、異なるスピンの2電子しか入れない」  
⇒ 異なる2量子状態の縮退 ⇒ もつれ!



~クーパーペアも同様?

# 量子コンピュータの計算原理

特定の問題で効率的に正答確率を高める方法（＝アルゴリズム）が知られている

## 0. 初期化 ⇒ 分裂状態で操作

指数的規模の組み合わせの超並列処理



$2^N$ 通りの状態の重ね合わせ

## 1. 超並列処理 ⇒ 縮退させる

重ね合わせ状態に対する量子ゲート操作

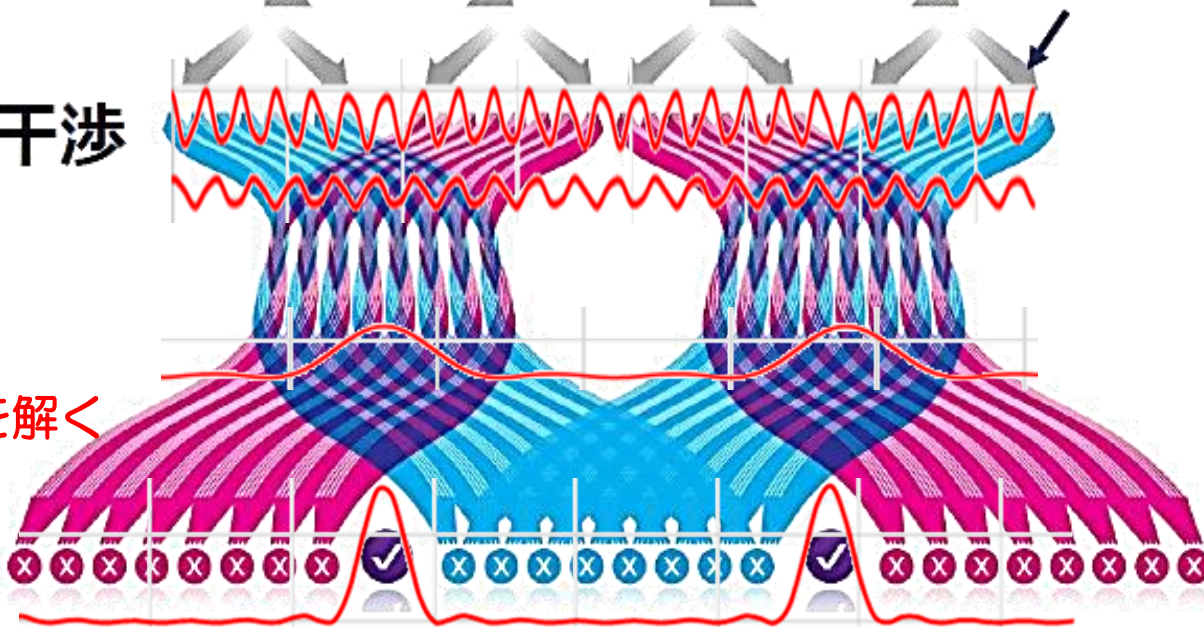
1つ1つの確率は  
指数的に小さい

## 2. 確率の波の干渉

正答確率の増幅  
(それ以外の答えの削減)

## 3. 測定 ⇒ 縮退を解く

量子ビットの状態を測定し  
結果を取り出す



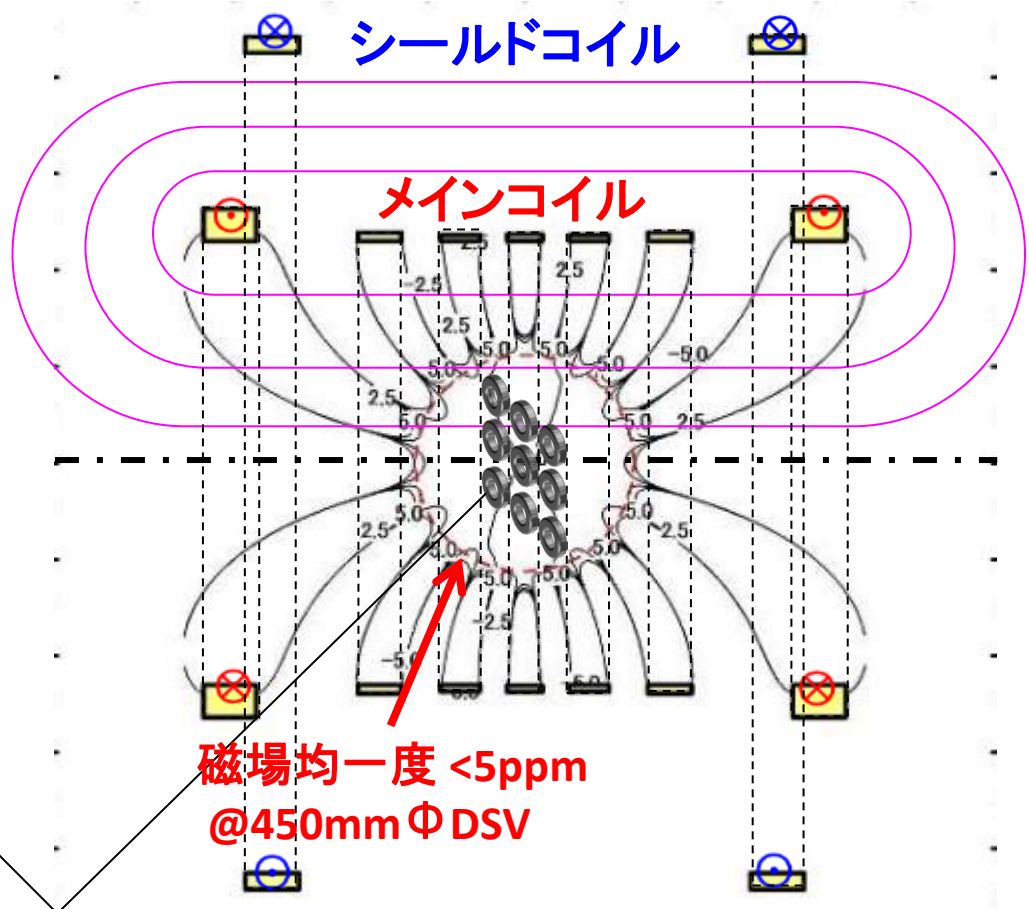
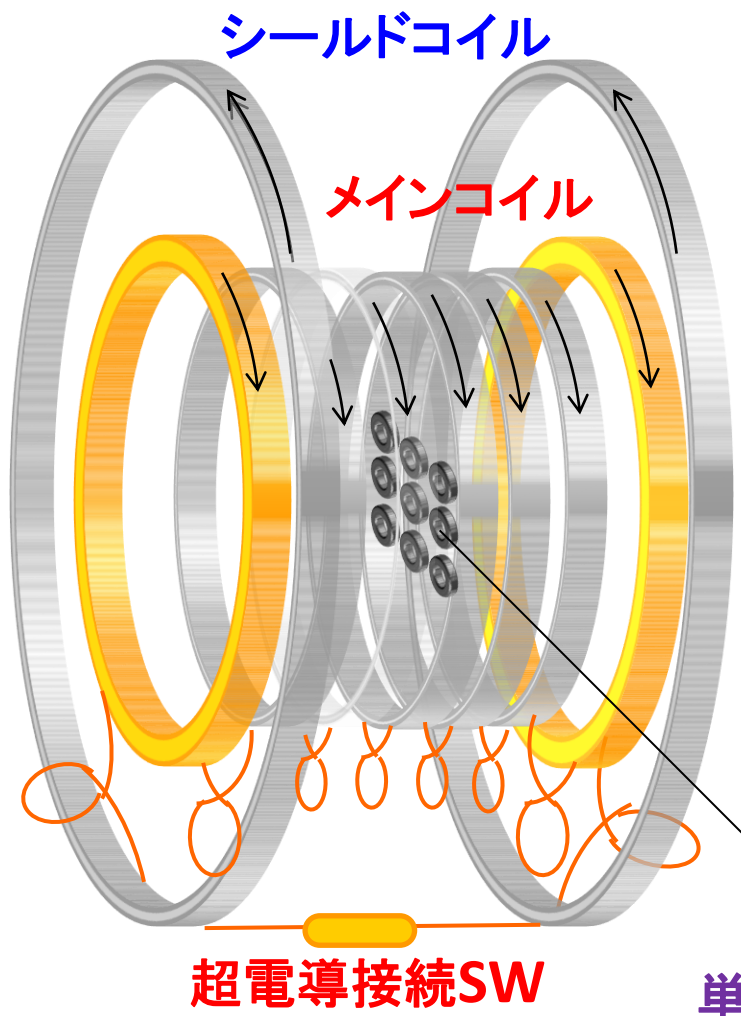
ビット間  
全結合  
が理想

参考) 阪大藤井教授が解説する量子力学と量子コンピュータ (2021: 前/中/後)

<https://youtu.be/B0ZZ2IV0TLs> 、 [https://youtu.be/TIMRjp9E\\_80](https://youtu.be/TIMRjp9E_80)、 <https://youtu.be/DZqJuUtGU10>

# 特許のポイント（ベストモード装置形態）

“MRI用マグネットの（磁場）均一空間に量子ビット群を配置”

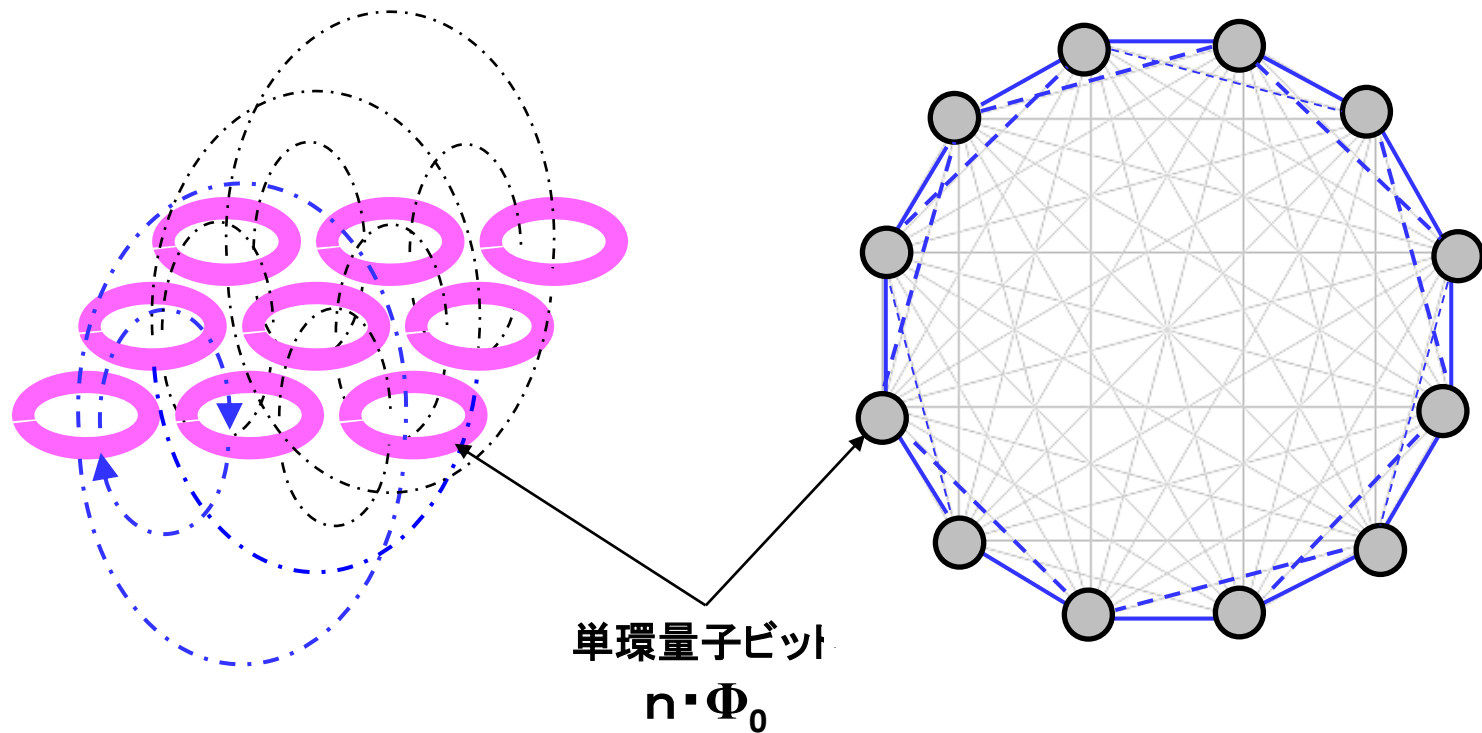


単環量子ビット  
アレイ



# 従来方式の課題

## 2次元配列の超電導単環量子ビット群の 量子磁束結合の模式図



(a) 2次元コプラナー配置

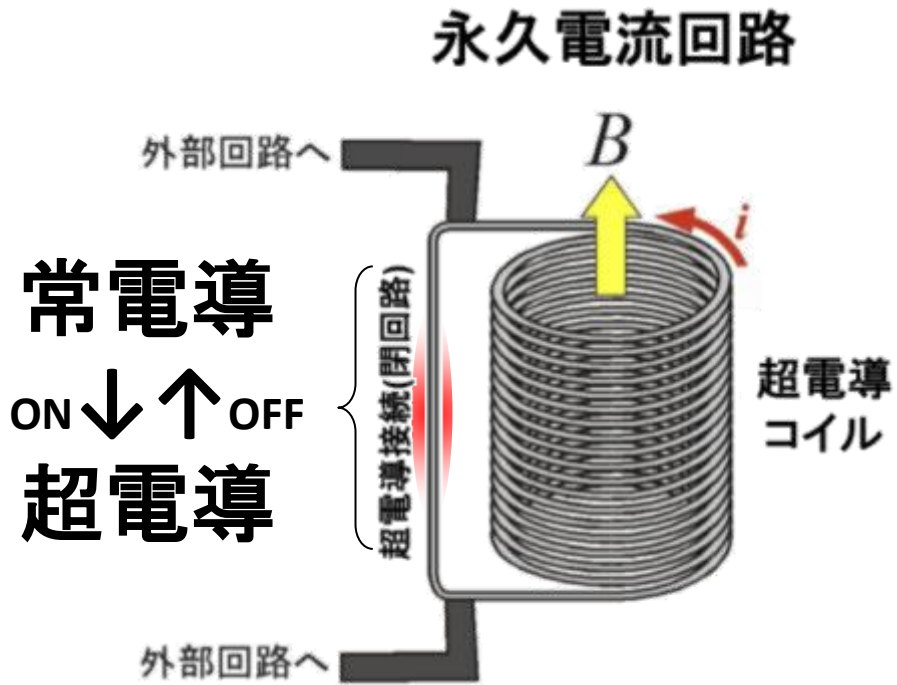
模式図化

(b) 1次元周期境界では

第1～2近接結合が支配的



# 超電導SW動作によるコヒーレント状態の入切 11



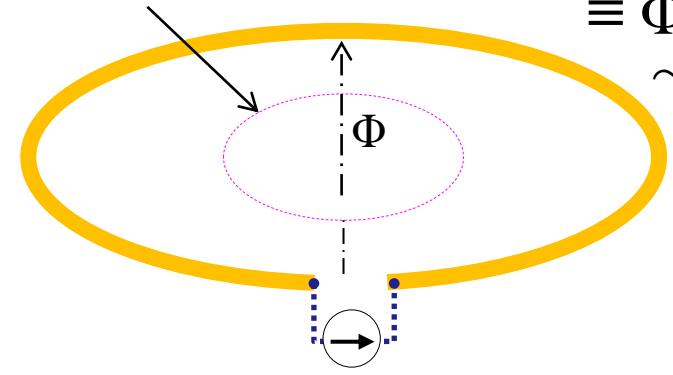
→ 磁場 ( $\propto$  電流) が極めて安定

有限電流による  
磁場均一領域

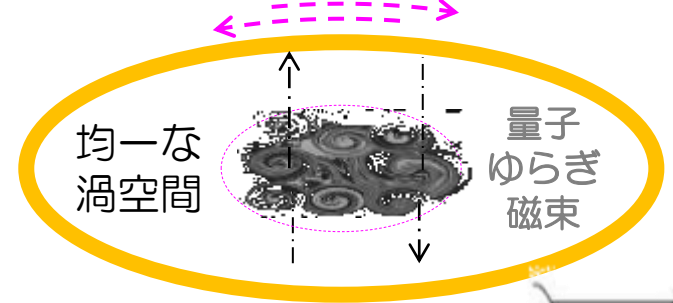
$$B = \nabla \times A$$

$$\equiv \Phi / S$$

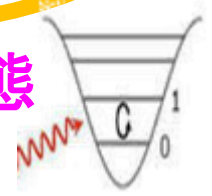
~”渦度”



量子ゆらぎ電流(不確定)

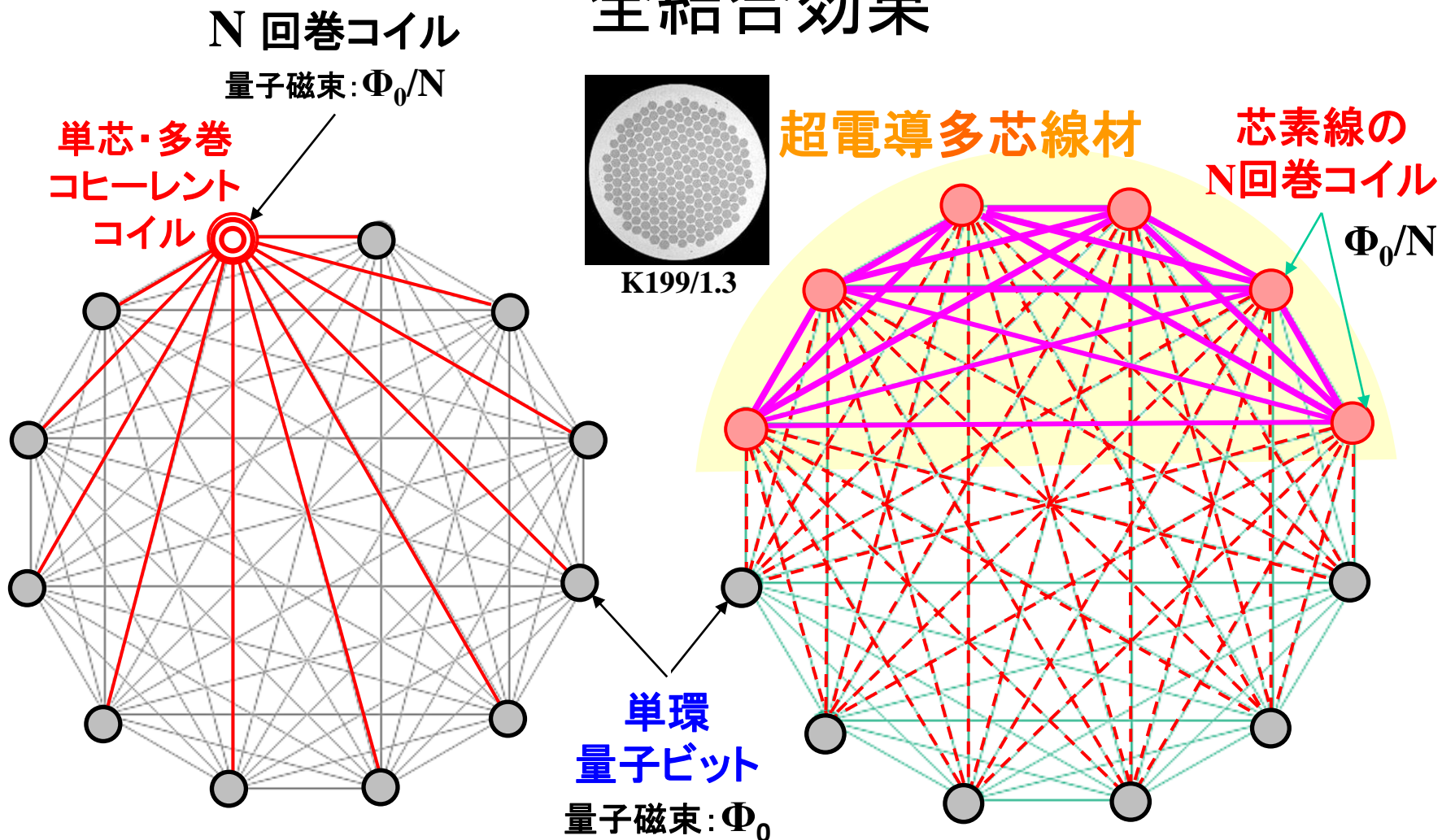


コヒーレント状態



# 特許が期待する効果作用

## 外套の多数回・多芯線コイルを介した 全結合効果



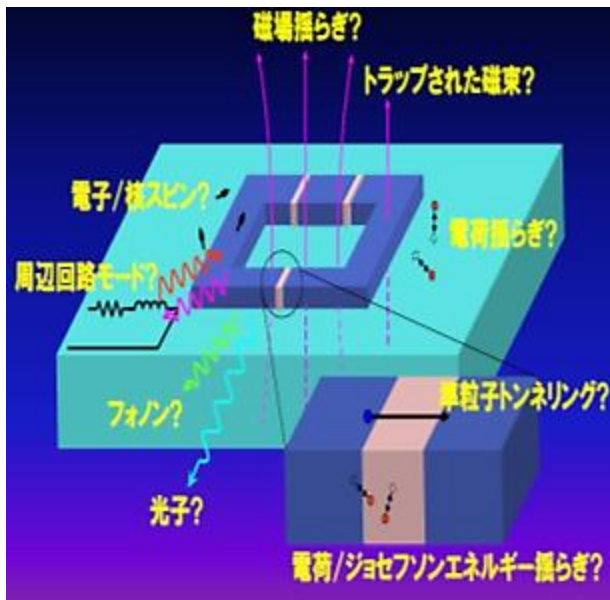
(a) 単芯線材のコイルの場合

(b) 多芯線材のコイルの場合



# デコヒーレンスの要因

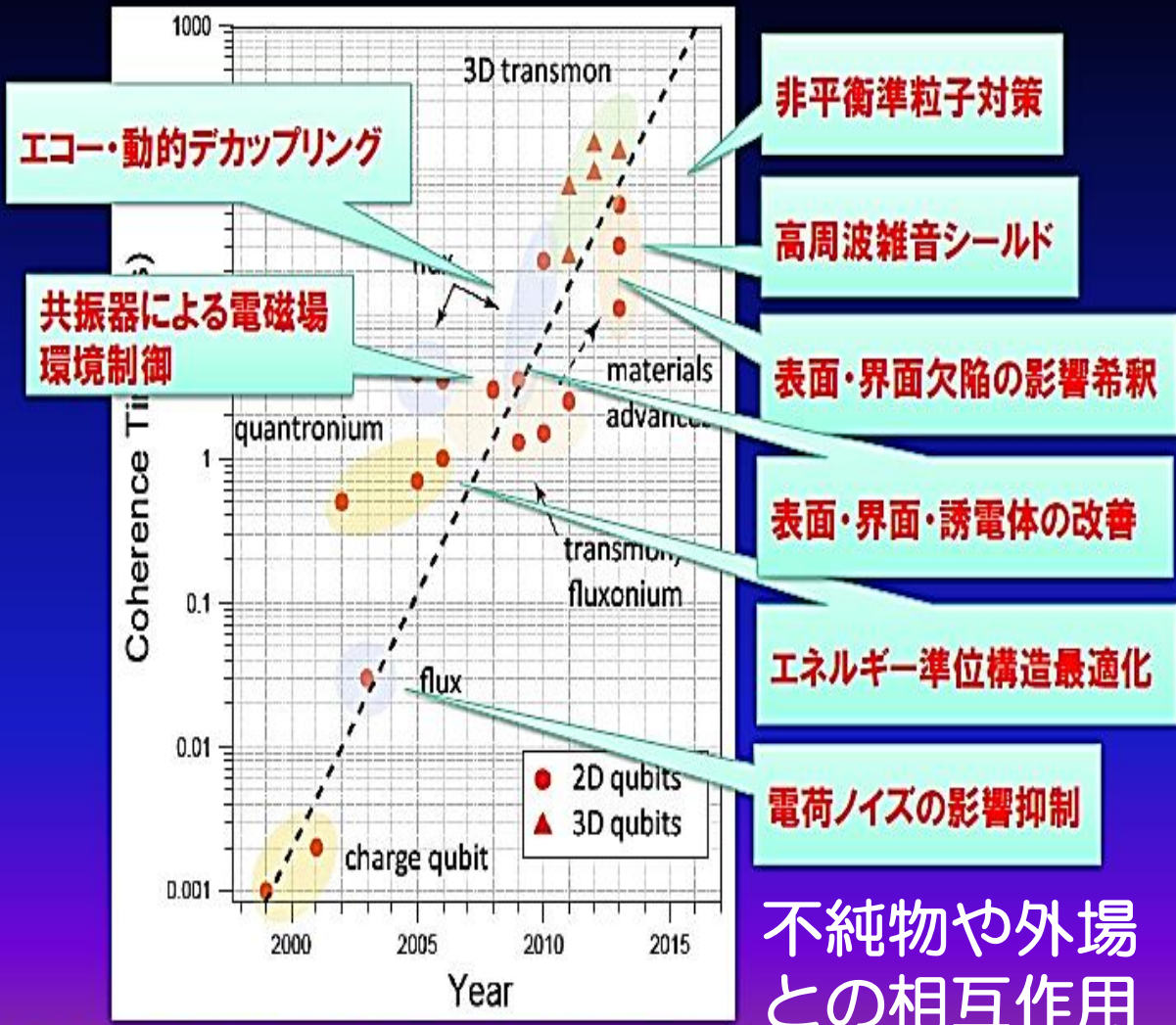
Noisy  $\propto kT$



回路-QEDでは、  
コプレーナ回路の  
熱起因ノイズ(常電導  
&基板)は不可避!

$\leq mK$  環境は必須?

## 超伝導量子ビットのコヒーレンス時間



# “量子版”ムーアの法則？

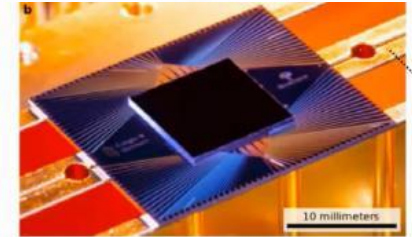
※本発明の作用

量子ビット数



# 最新の量子誤り耐性の試み

## 53量子ビット



Google team, Nature 574 510 (2019)

### エラー確率

1量子ビット演算：0.16%

2量子ビット演算：0.62%

測定：3.8%

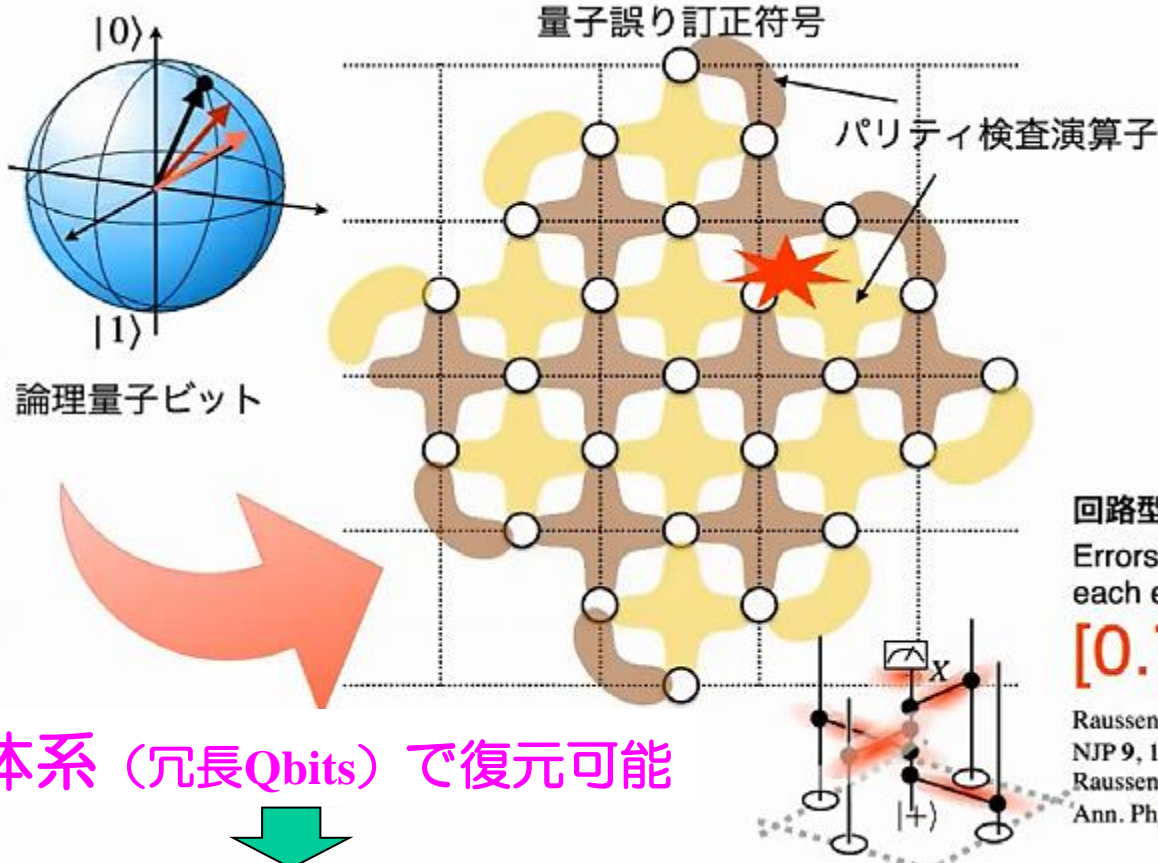
### 回路型ノイズモデル:

Errors are introduced by each elementary gate.

**[0.75%]**

Raussendorf-Harrington-Goyal, NJP 9, 199 (2007).

Raussendorf-Harrington-Goyal, Ann. Phys. 321, 2242 (2006).

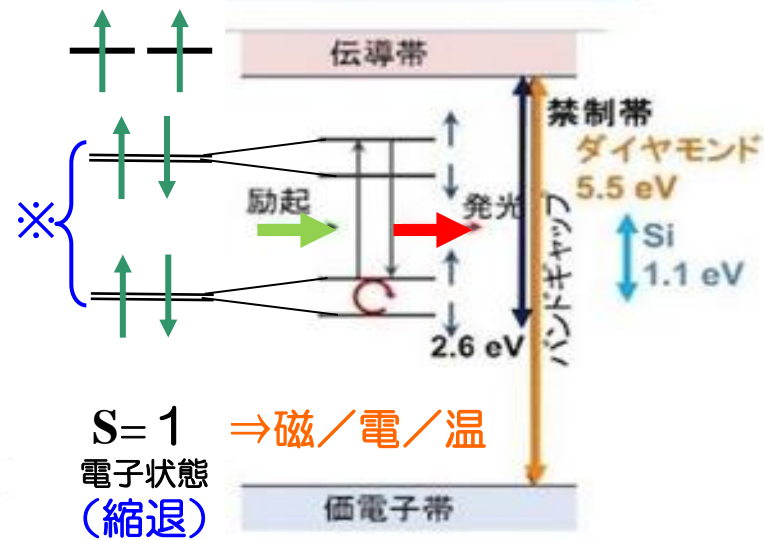
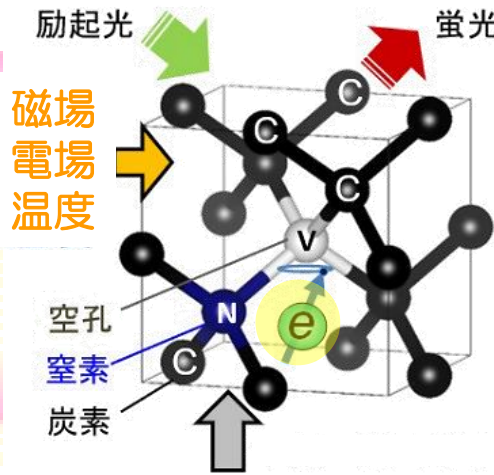
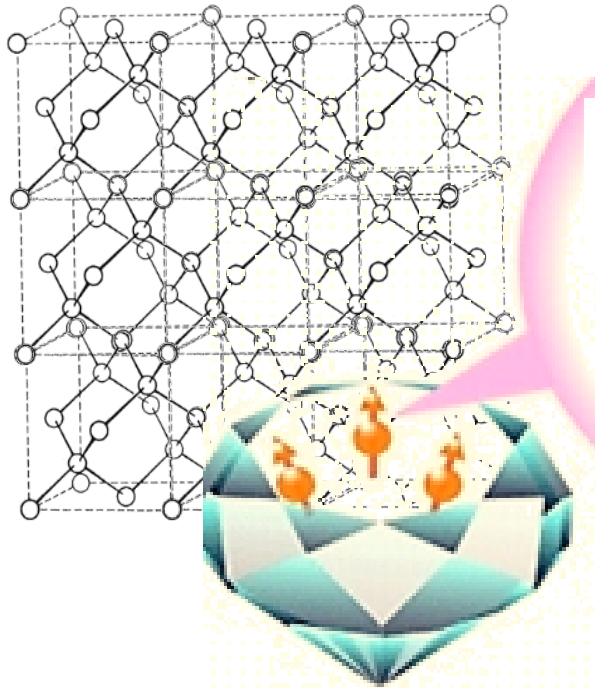


多体系 (冗長Qbits) で復元可能

要するに、**ゼロサムチェック / パリティ** ➡ **冗長Qbits実装に更なる集積化が必要!**

参考セミナー：「NISQ時代の量子コンピューティング」2021/4/24 物理学会 公開講座から  
<https://youtu.be/DhFX-SsupGU?t=3325>

# ダイヤモンド格子中のスピン量子ビット NVセンター(窒素-空孔複合欠陥:n型)が 室温・常圧でも、量子もつれを発現



マイクロ波～ラジオ波  
(NMR様パルスシーケンス)

最長、**ミリ秒**のスピンコヒーレンス

スピンの初期化、操作、検出により

磁場、電場、温度の高感度センシングが可能

cf. 超電導Qbit

⇔ μs@数mK

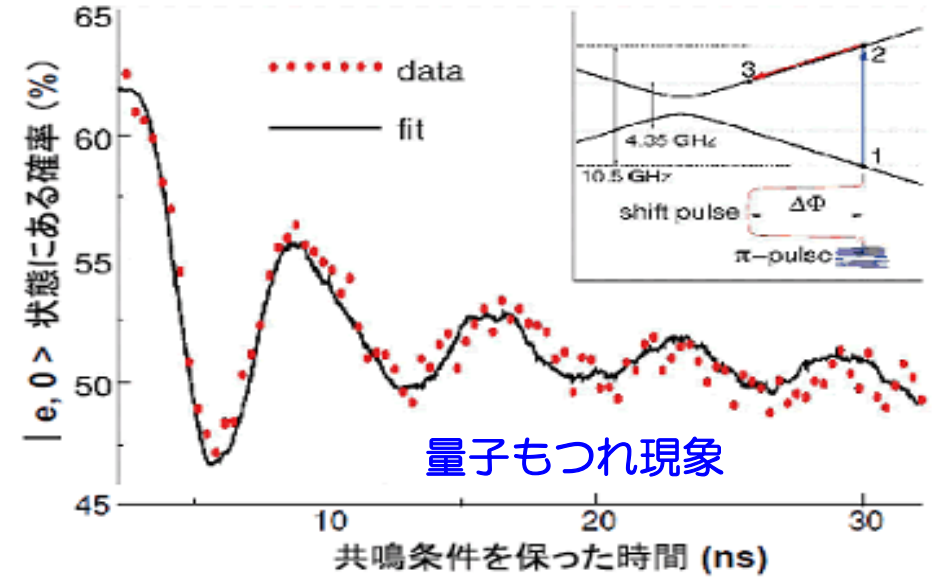
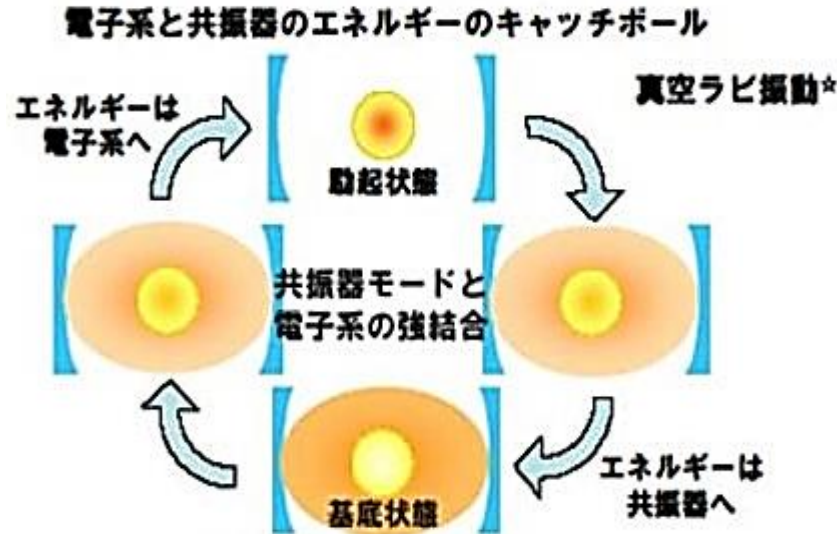
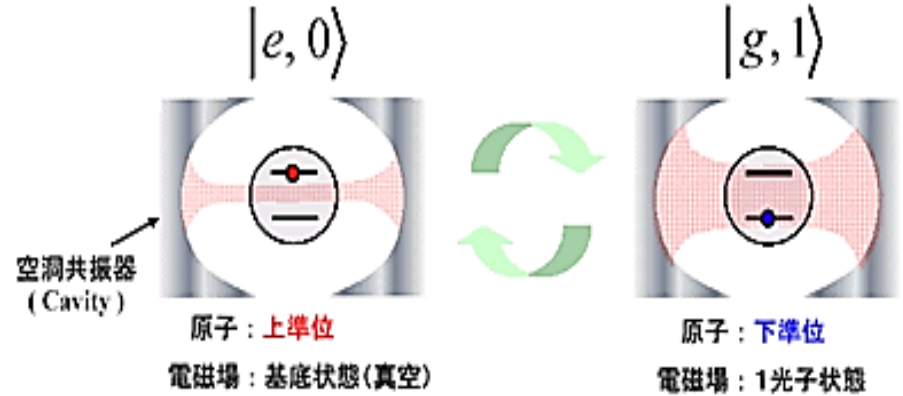
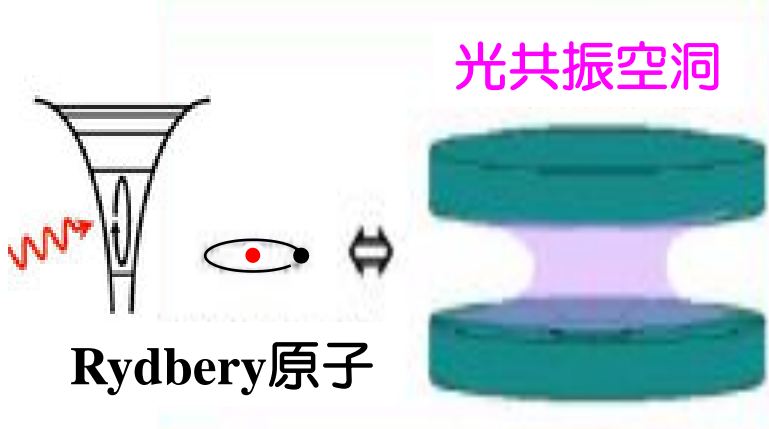
**頑強な格子振動 (フォノン) を仲介に、多数スピンの量子もつれ結合?**

産総研) ダイヤ量子センサ、室温で感度を維持しつつ計測範囲を低温従来値の100倍 (2021.1.12)

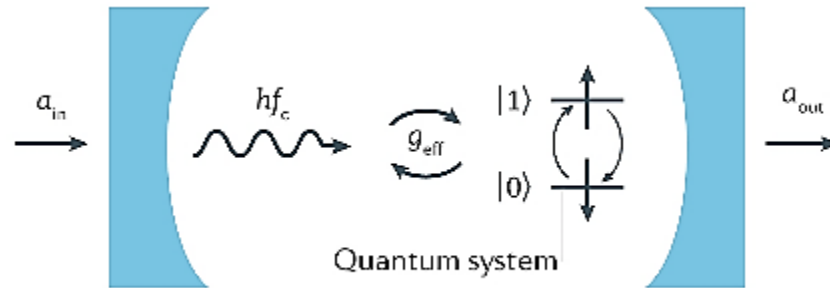
[https://www.aist.go.jp/aist\\_j/press\\_release/pr2021/pr20210112/pr20210112.html](https://www.aist.go.jp/aist_j/press_release/pr2021/pr20210112/pr20210112.html)

# Cavity-QED 現象) 真空ラビ振動

二準位原子と空洞共振器の間で 1 個の光子を交換し合う  
|励起e,光子0> ↔ |基底g,光子1> 間の量子もつれ振動



# Cavity QED (Quantum Electro-Dynamics:量子電磁力学)



cf. Q.E.D.  
= 証明終了  
ではありません!

## b Examples of quantum systems

<p>Atom</p> <p>~1 Å</p>	<p>Colour centre</p> <p>~1 nm</p>	<p>Double quantum dot</p> <p>~250 nm</p>	<p>Superconducting qubit</p> <p>~200 μm</p>
-------------------------	-----------------------------------	--	---

in 光共振

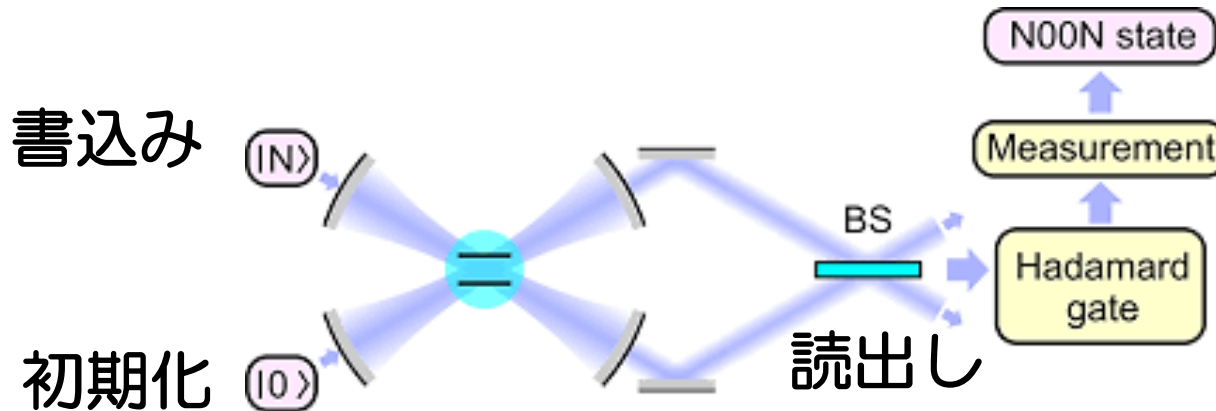
in 結晶格子?

in 共振回路 (常伝導)  
Circuit-QED

Noisy!  
↑

→???(本特許)

処理  
観測



書込み

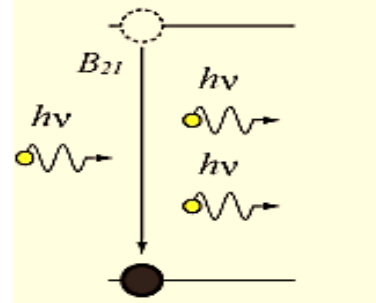
初期化

読出し

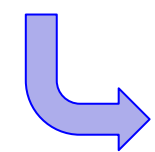
# 単一共振器モードを利用して

## 多原子 (Qbit) もつれ (~メーザ/レーザ共振器)

⇒本発明



誘導放射による  
増幅作用

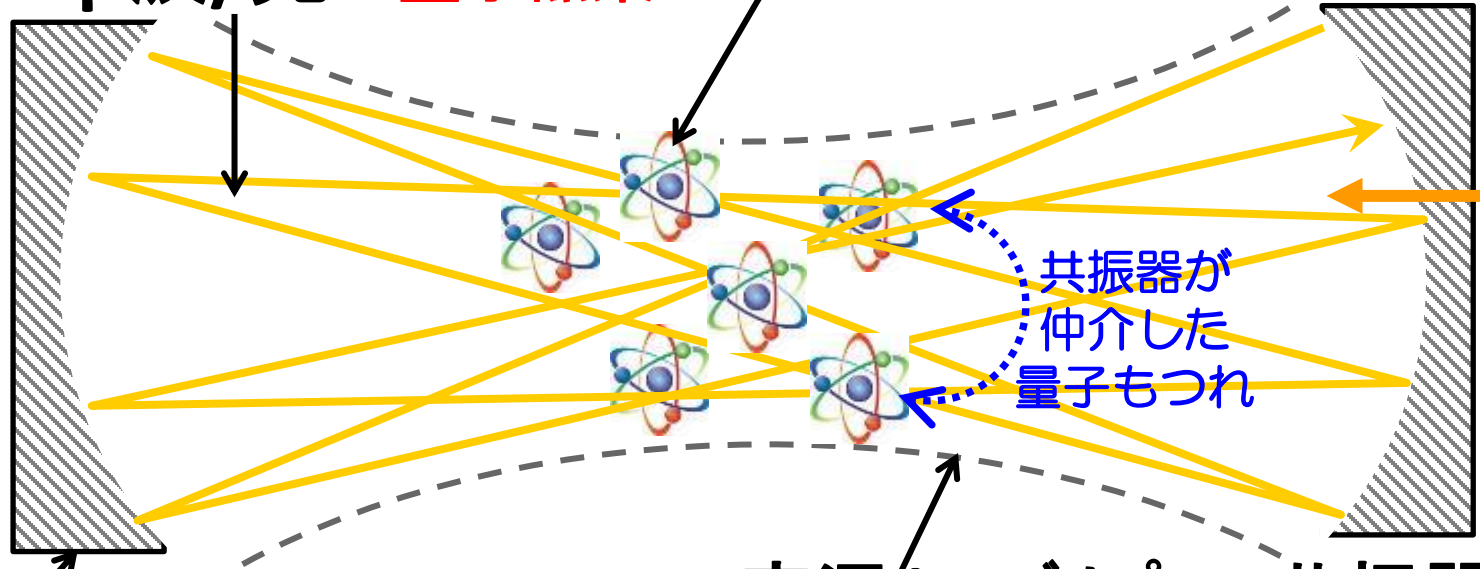


強結合  
≧100%

### 人工原子 (量子ビット)

⇒超電導単リング (JJ不要)

μ波/光 ⇒ 量子磁束



共振器が  
仲介した  
量子もつれ

制御  
ボロニック  
符号化

↑  
初期化  
書き込み  
読出し

### 反射鏡

⇒ダイヤ/導波路共振回路

⇒超電導 (閉) コイル系

### 空洞/ファブリペロー 共振器

(高Q値 ⇒ 長コヒーレント時間)

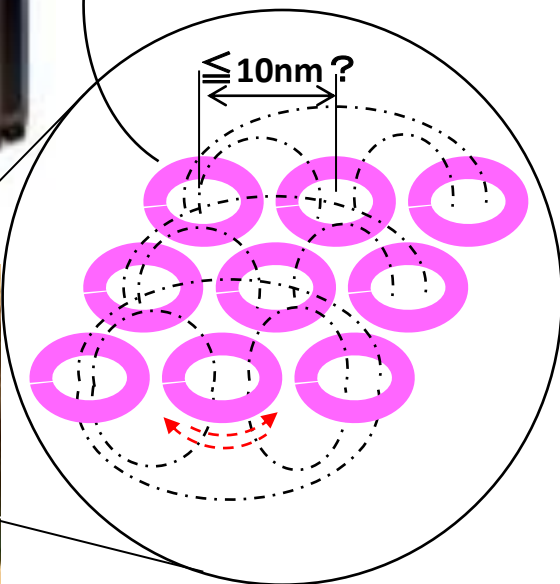
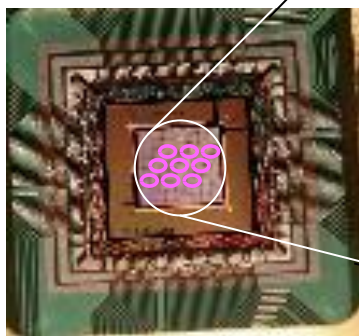
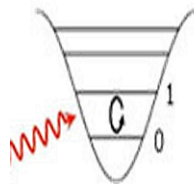
⇒MRI用コイルのDSV空間



# D-Wave 量子アニーリング計算機

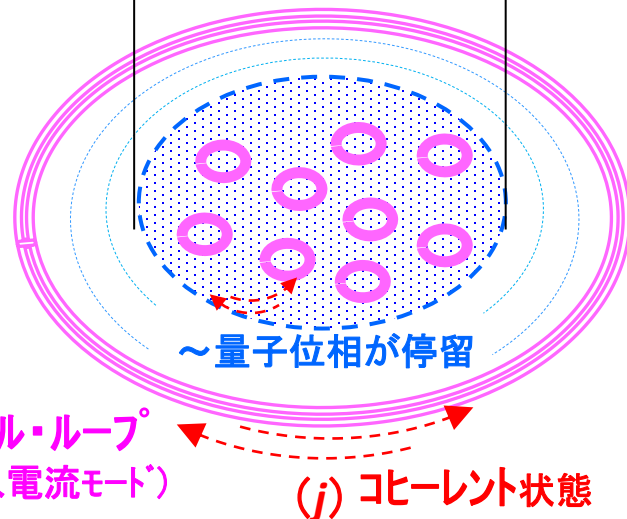


超電導  
単環ループ  
~人工原子



本発明

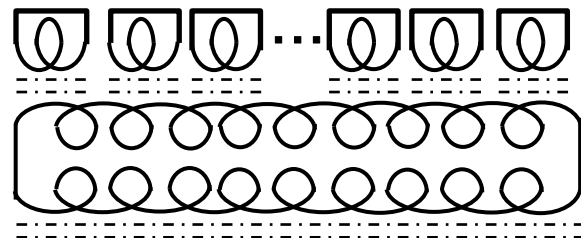
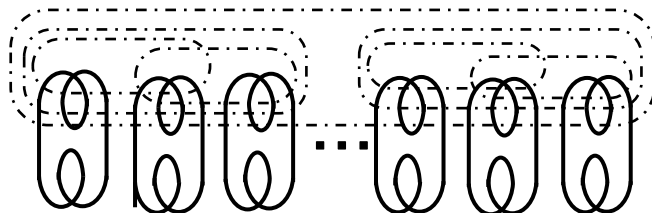
$\geq 10\text{mm}?$



多巻コイル・ループ  
(ゼロ永久電流モード)

(j) コヒーレント状態

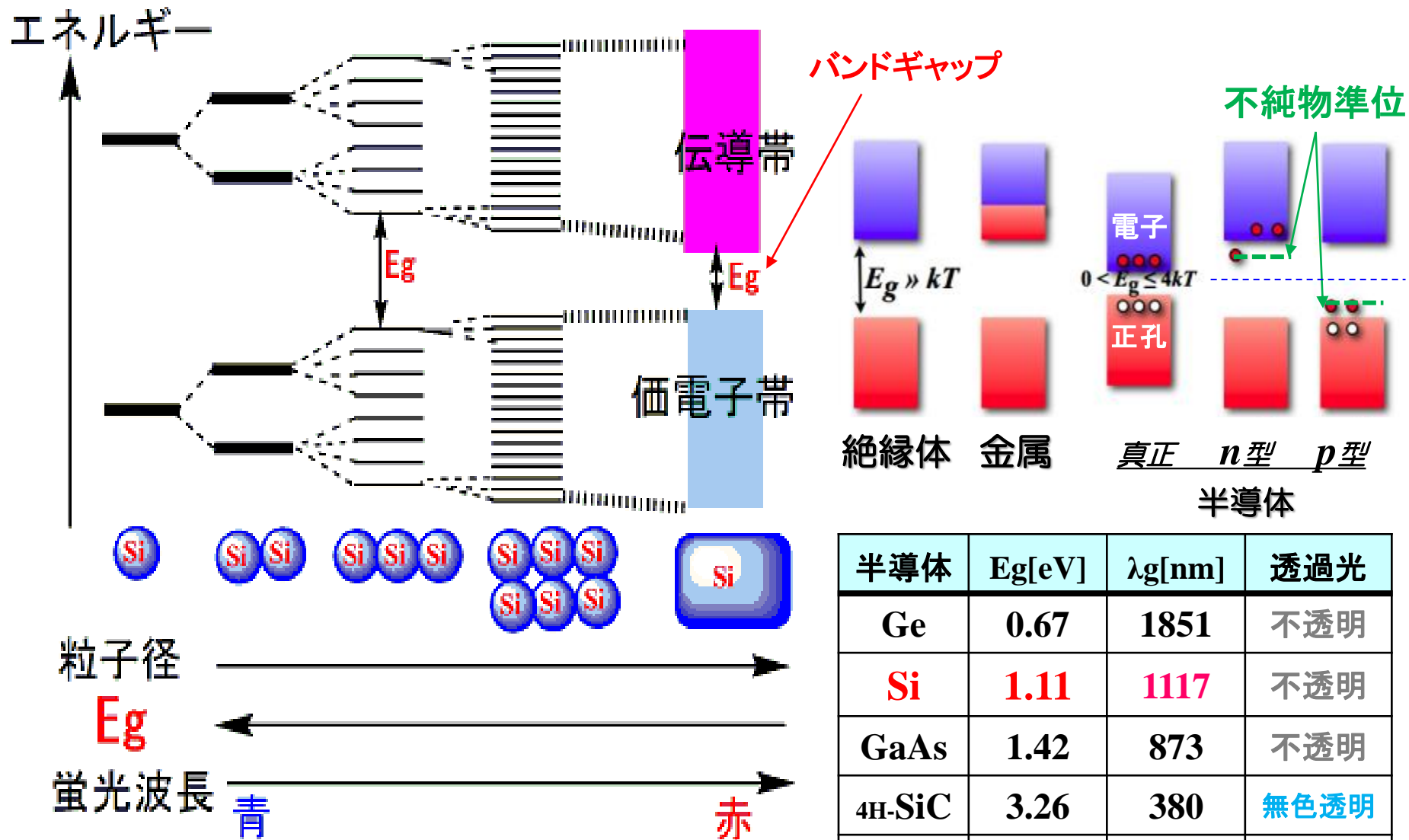
等価回路





# 結晶格子 (原子の規則配列⇒半導体バンド構造)

⇨価電子の共有結合系



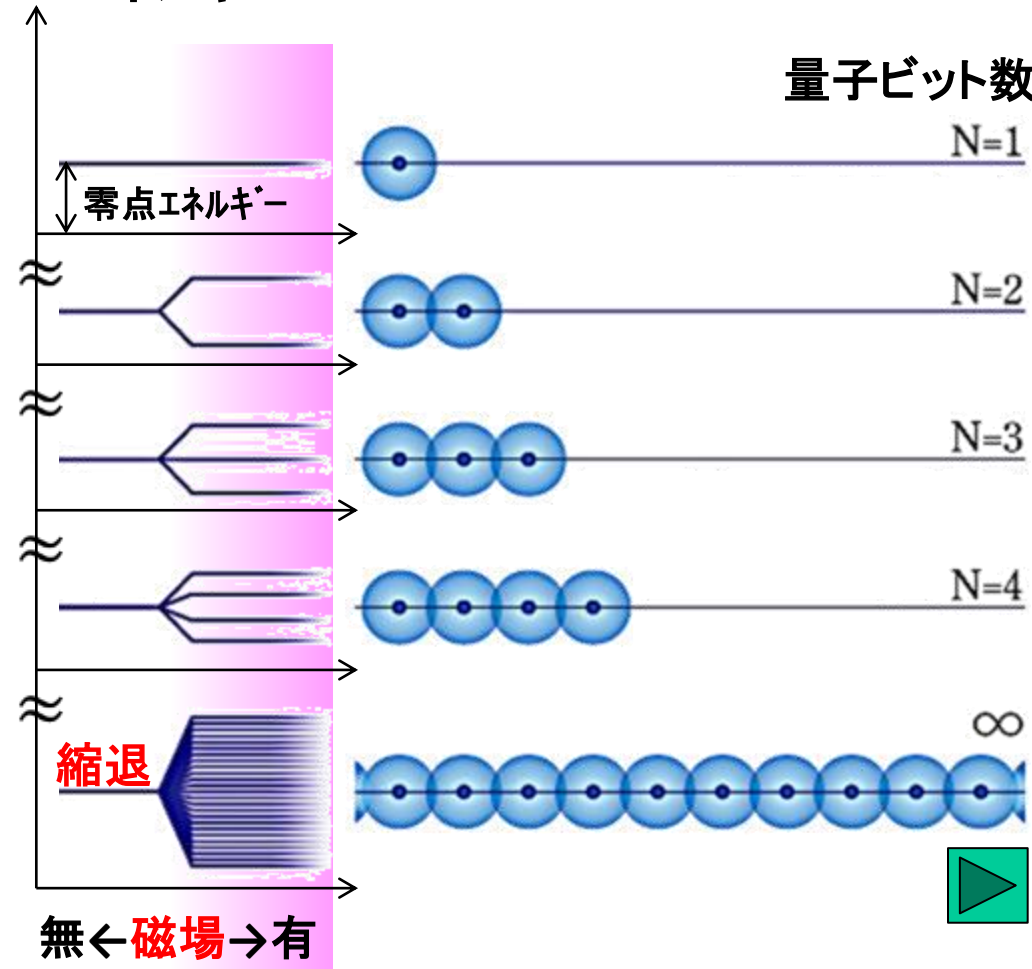
半導体	$E_g$ [eV]	$\lambda_g$ [nm]	透過光
Ge	0.67	1851	不透明
Si	1.11	1117	不透明
GaAs	1.42	873	不透明
4H-SiC	3.26	380	無色透明
GaN	3.42	366	無色透明

# 量子磁束の状態密度

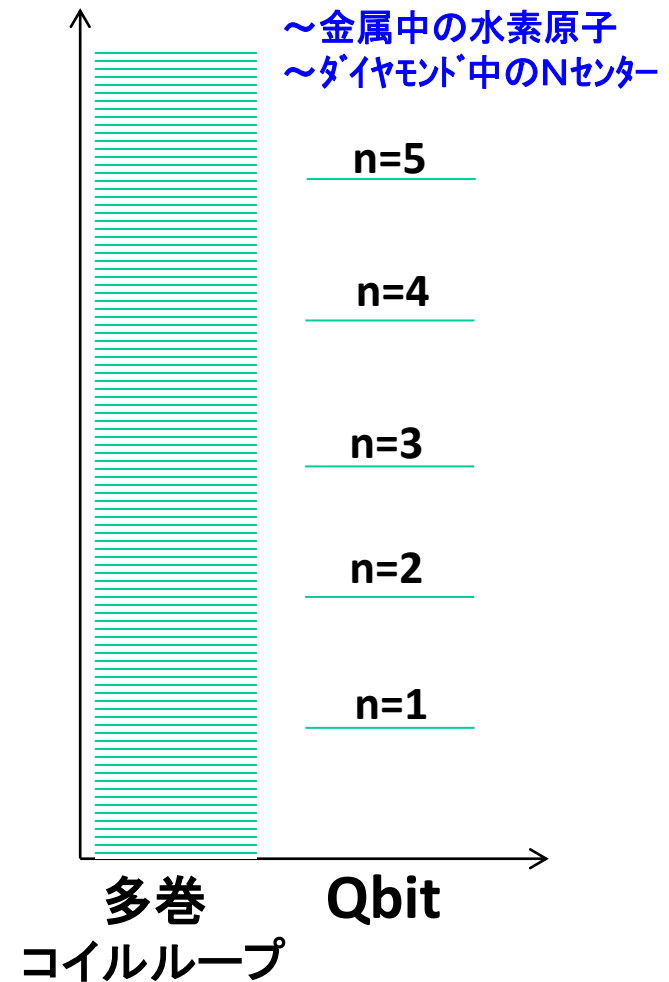
量子ビット（人工原子）間の量子結合  
(全結合)

多巻コイル ⇔ 量子ビット

E: エネルギー

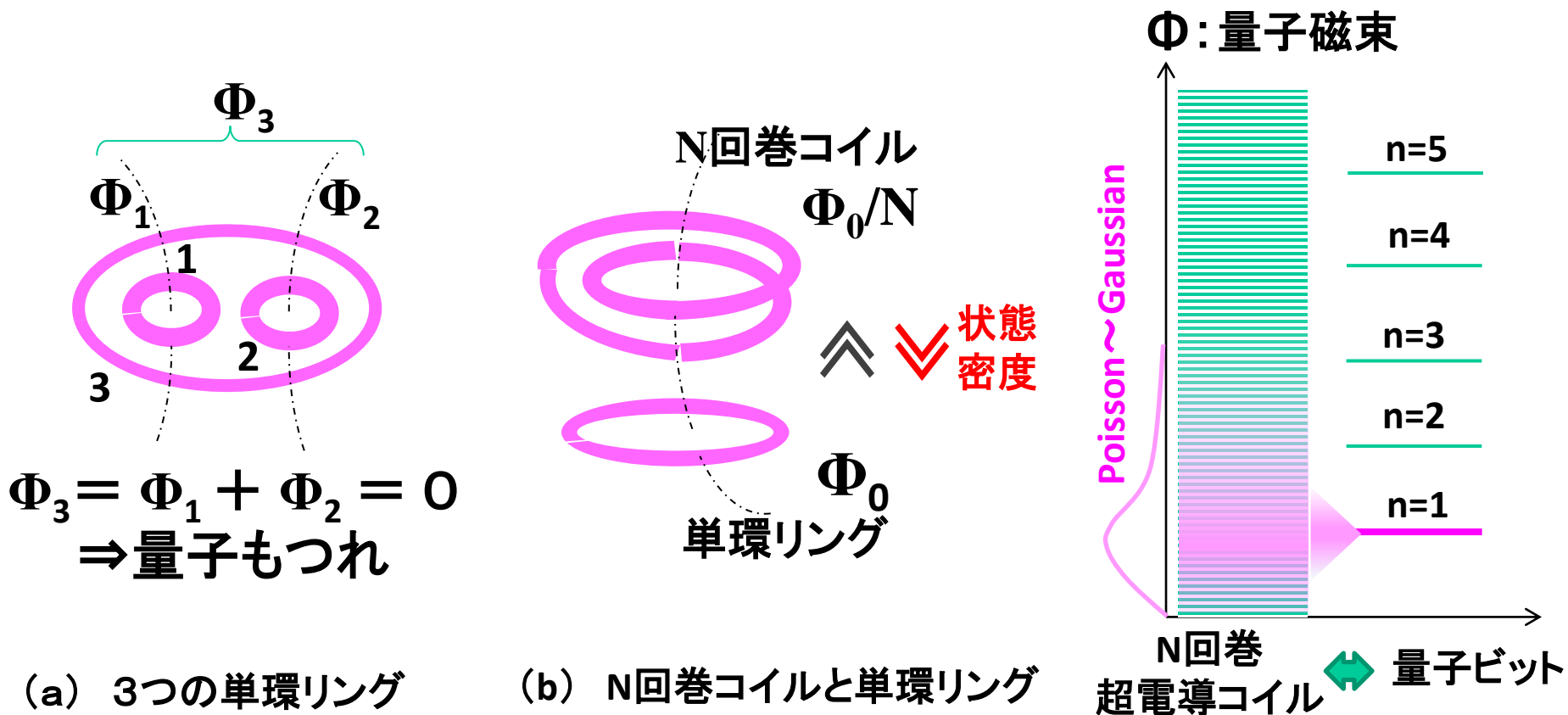


$\Phi$ : 量子磁束



# コイル配置／形態による量子磁束共有の形態

各単環量子ビットと超電導コイルで量子磁束を共有する  
 ⇒間接的に各量子ビット相互を、(全)結合できる



「超伝導人工原子と電磁場の相互作用 ~ 強結合のその先へ ~」 布施智子他

[https://www.nict.go.jp/frontier/lde9n20000008oxa-att/saikin\\_DSC.PDF](https://www.nict.go.jp/frontier/lde9n20000008oxa-att/saikin_DSC.PDF)

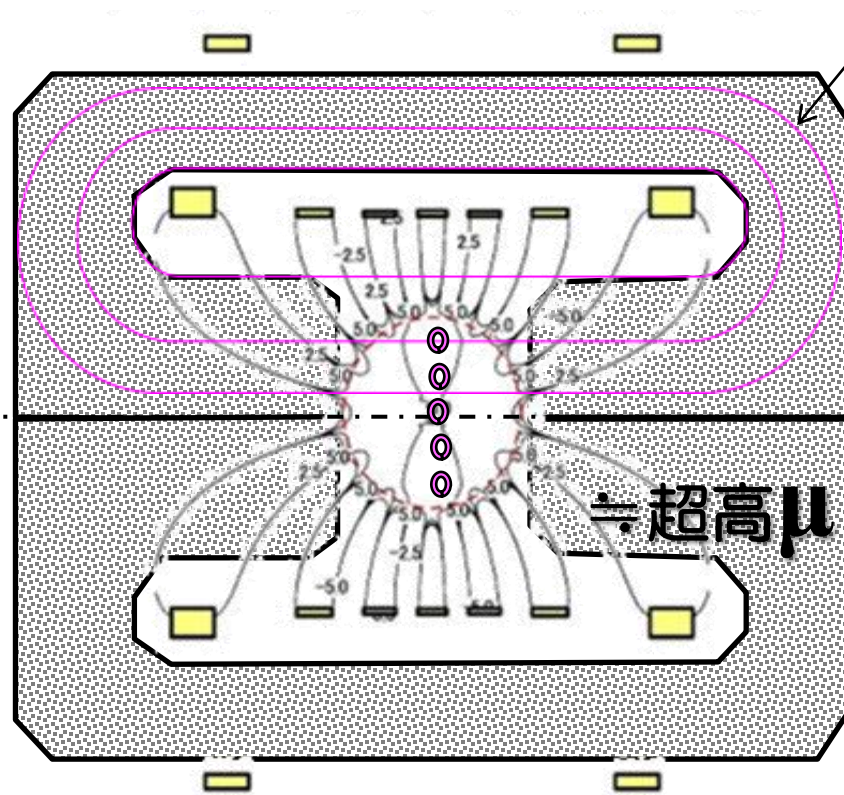
深強結合状態  
 (複数の量子磁束と共有結合)

## 深強結合状態のイメージ

# MRI用超電導(閉)コイルのゼロ電流駆動は、 あたかも、理想磁気ヨークと等価？

N回巻コイルの  
量子磁束段差は  
 $m \times (\Phi_0/N)$   
と細かく、

⇒準連続的  
⇒高密度



磁束線を  
完全拘束

⇒量子磁束も同様？



電流や磁場の  
有無に関わらず  
インダクタンス  
“場”：空間特性  
として存在

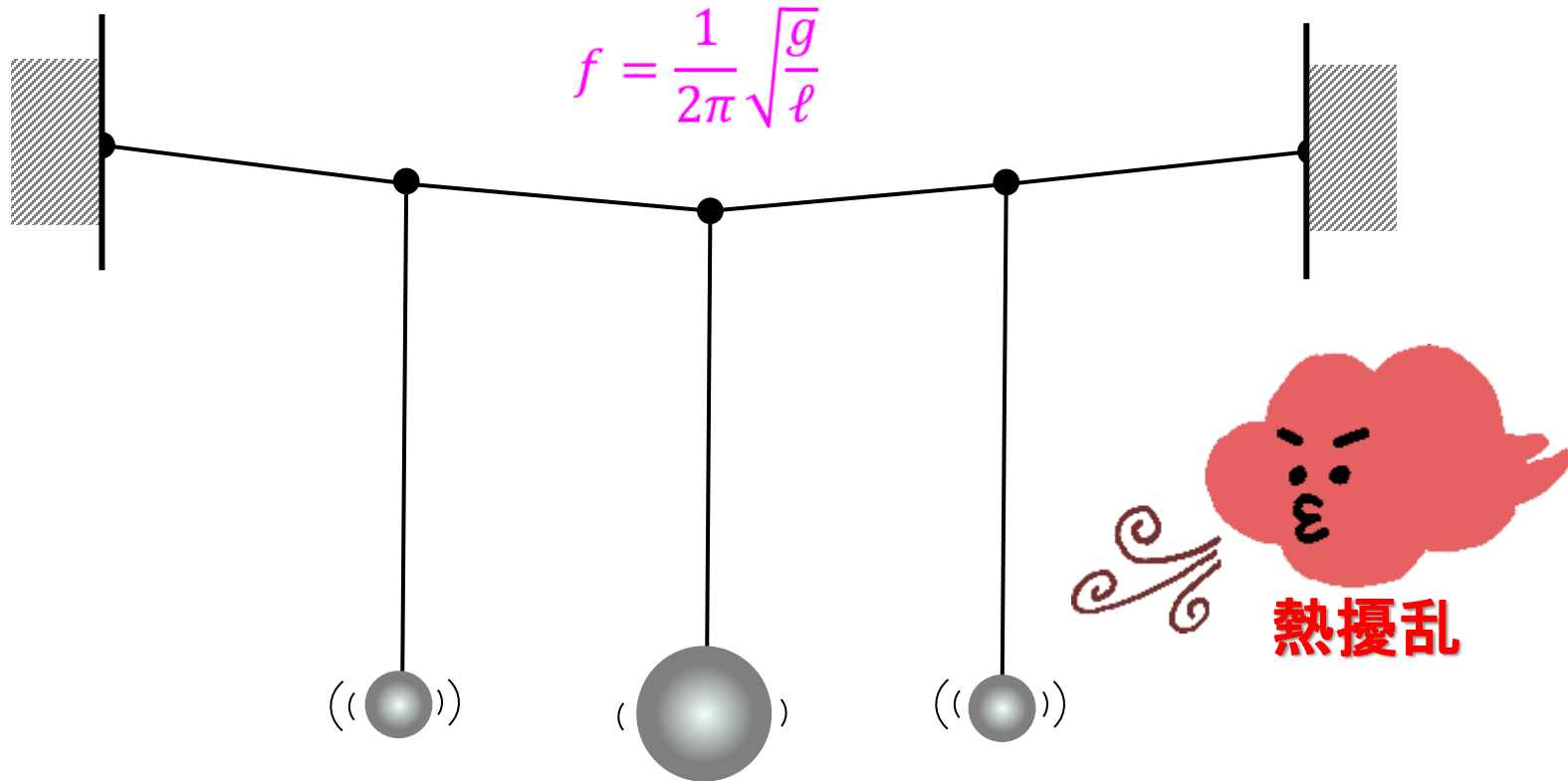
コヒーレント状態 ⇒ マイスナー効果 × 磁束量子化



# コヒーレント状態の連成振子モデル

固有振動数が不定の調和振動子

⇒熱擾乱耐性



(( ))

( )

(( ))

Qbit

多巻コイル・ループ  
～ダイヤモンド格子

Qbit

“縮退”→もつれ



量子誤り耐性は  
発現するか？

～メスバウアー効果も？（結晶格子全体が反跳効果を抑制）

# 波動関数 $\psi$ の住む時空間

宇宙時空の次元毎

対称性 $\Rightarrow$ 停留値 $\Rightarrow$ 縮退 $\Rightarrow$ もつれ

$$\Psi_{(x,y,z,t)} \propto e^{-i(p\underset{\uparrow}{x} - E\underset{\uparrow}{t} + J\underset{\uparrow}{\theta}/2\pi + \dots) / \hbar}$$

対称性：並進 時間 回転 where  $J = L + s$

※  $s=1/2$  なら2回転で元に戻る

☞ Fermi-Dirac統計を導く

※ 余剰次元の項もあるはず！

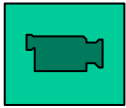
《イメージ》

時間

空間次元

起こり得るあらゆる $\Psi$ を重ね合わせる



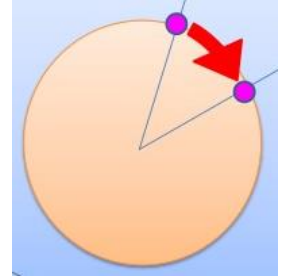


自然界の  
対称性

# 対称性と保存則

「ネターの定理」対称性があれば、保存量がある。

例) 回転対称：回転しても形は不変  
⇒半径は変化しない（一定）



「保存則って何？」⇒「もつれ？」



アマ-リ-ミ-ネ-  
ド-イツ 数学者  
1882-1935

知覚次元

余剰次元？  
(内部自由度)

	自由度	時空構造の対称性 ⇒		保存量
古典力学	時間	$t$	発展対称性 ⇒	$E$ エネルギー
	3次元空間	$x$	並進対称性 ⇒	$p$ 運動量
		$\theta$	回転対称性 ⇒	$L$ 角運動量
素粒子	離散変換 ↓ 宇宙の本性？	P	座標反転 ⇒	パリティ
		C	電荷共役 ⇒	電荷(電磁力)
		T	時間反転 ⇒	粒子・反粒子
		色	カラー変換 ⇒	色荷(強い力)
		香	フレーバ変換 ⇒	香荷(弱い力)



ネター定理  
の解説

# 今日のまとめ

本発明は、

1. 単一共振器モード利用の Cavity-QED方式の変形例そのもの、
2. 人工原子に、超電導単リングを量子ドットを、
3. Cavity代わりに多巻・多芯の超伝導閉コイルを使う。
4. 両者で量子磁束を共有により、深強（全）結合して量子もつれを起こす系となる。
5. 両者を超伝導転移温度以下にするだけで、誤り耐性が発現する可能性がある。  
 外場で縮退を制御？
6. コイル開閉SWや補助コイルのNMR様パルスシーケンスにより、量子計算（初期化、書き込み、読出し）が行える。
7. 余談）量子位相に宇宙の時空構造／対称性を内存？ ▶

本発明



“大発明でも、大法螺でもなく”（故川田さんへ）

革新性かつ実用性（集積容易で、誤り耐性@4Kでも）あり

# 付録

	○ 長所・先行要素	× 短所・遅れ	主な研究機関・グループ
<b>超伝導方式</b> 超伝導リングの電流の向きでビットを表す。	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 研究者も多く、進んでいる。</li> <li>● 技術的扱いやすさと、スケーラビリティのバランスが良い。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 極低温(10mK)が必要。</li> <li>● チップサイズが大きい(0.1mm角程度)。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Google、IBM、Intel、アリババなど大企業が主。</li> <li>● ベンチャーも Rigetti Computing 参戦。</li> <li>● 日本でも主流の方式。</li> </ul>
<b>イオントラップ方式</b> 真空中に浮かせたイオンをビットとして扱う。	<ul style="list-style-type: none"> <li>● コヒーレンス時間が長い。</li> <li>● ビット間の長距離相互作用を作りやすい。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● イオン操作は精密なレーザー技術が必要で、難度が高い。</li> <li>● 研究グループが少ない。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● アメリカのベンチャー企業 IonQ が先頭。</li> <li>● 取り組んでいるのは世界でも10チーム程度か。</li> </ul>
<b>光量子方式</b> 光回路上の光パルスをビットとして扱う。	<ul style="list-style-type: none"> <li>● コヒーレンス時間が長く、誤り訂正の規模を抑えられる。</li> <li>● 室温動作が可能。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 複雑・精密な光回路が必要でスケーラビリティがない。(但し、最近解決しつつあり)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● MIT、ケンブリッジ大学、オックスフォード大学、カナダのXANADU社などが競合。</li> <li>● 東京大学(古澤・武田)が大幅な小型化に成功。</li> </ul>
<b>シリコン方式</b> シリコンウェア上の <sup>28</sup> Siの電子スピンをビットとして扱う。	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 既存の半導体技術でビットの小型化(10nm)が可能。</li> <li>● 比較的高温(10K)で動作。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 量子もつれや演算技術が確立していない。</li> <li>● 核スピン0の<sup>28</sup>Si確保が困難。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● インテルが<sup>28</sup>Si調達体制を確立。</li> <li>● 日本でも取り組まれているが、<sup>28</sup>Si調達が最大のネック。</li> </ul>
<b>トポロジカル方式</b> 「トポロジカル絶縁体」の表面に現れるマヨラナ粒子で計算。	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 量子コンピュータの「デジタル版」。</li> <li>● 誤り訂正がほぼ必要なし。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 現時点では1量子ビットもできていない。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● MicrosoftがStation Qを設置し、UCサンタバーバラ、コペンハーゲン大学、シドニー大学、パデュー大学、デルフト工科大学などと国際連携体制を構築。</li> </ul>



## 3つの量子コンピュータの比較

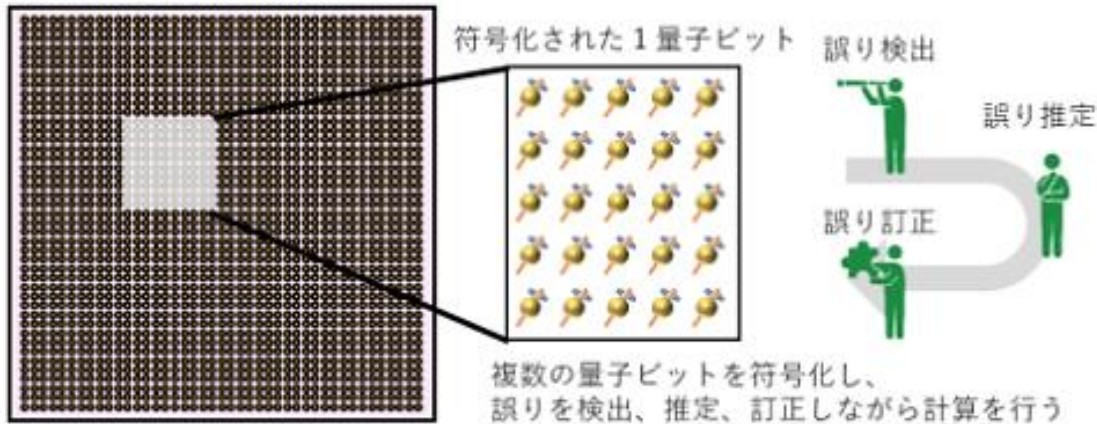
※⇒本発明



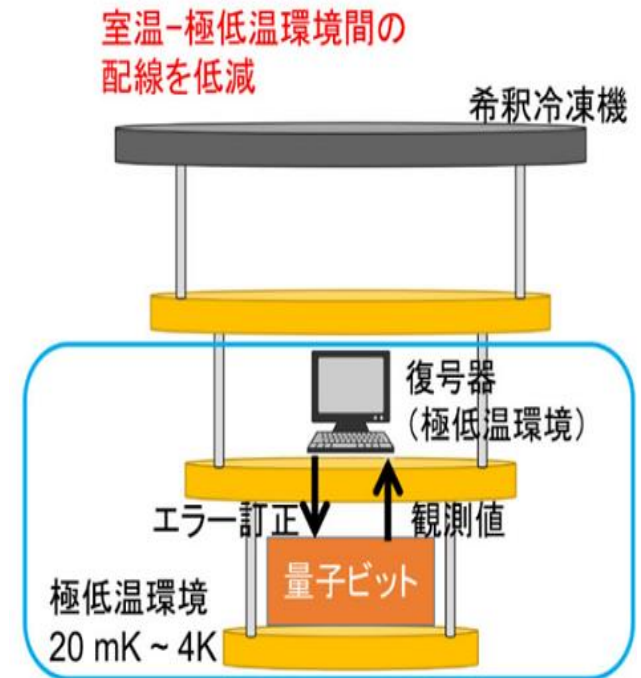
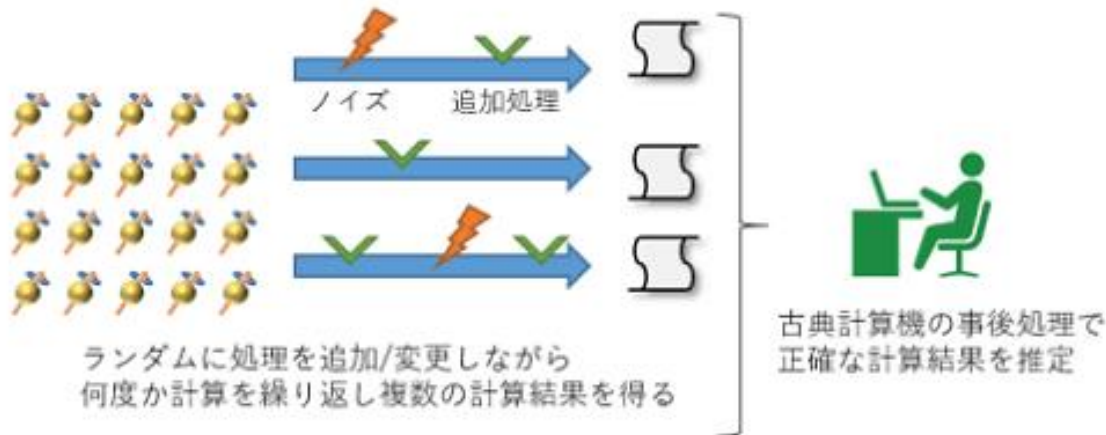
	ゲート型	アニール型	ネットワーク型
基本原理	量子干渉	量子トンネリング ⇒深強結合化	量子相転移
開発機関	IBM/Google/ Intel/Microsoft	D-WAVE/MIT	NTT/Stanford
ビット数	9~15 ビット	2,000 ビット	2,000ビット
有効ビットの割合	—	95%	<b>100%</b>
結線数	—	6,000 (スパース結合) ⇒全結合化	<b>4,000,000 (全結号)</b>
解ける問題サイズ	—	$N \lesssim 40 \sim 50$	$N \lesssim \mathbf{2,000}$
動作温度 条件	極低温 (10mK) 超高真空	極低温 (10mK) 超高真空	<b>室温 (300 K)</b> <b>常圧</b>
物理系	超伝導量子回路	超伝導量子回路 ⇒Cavity-QED	光パラメトリック発振器 ネットワーク
量子性 $k_B T / \hbar \omega$	0.06	0.06	0.02
消費電力	—	25 kW	<b>1 kW</b>

	【真空】	【固体】
【常温】	イオントラップ方式	光量子方式 ダイヤモンドスピン方式
【極低温】		Si方式 トポロジカル方式 超伝導方式

# 誤り検出・推定・訂正



(図1：量子誤り訂正の概念図)



⇒古典・量子ハイブリッドのシステムが必要



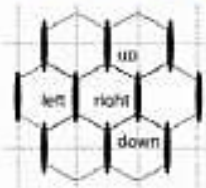
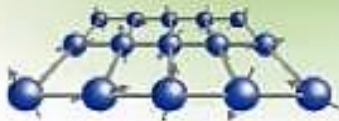
# 量子誤り訂正と基礎物理

量子コンピュータをノイズから守るための理論が基礎物理の模型として利用されはじめています

[物性]

トポロジカル秩序  
(Kitaev模型)

[Kitaev. Ann. Phys. '03]



[高エネルギー]

ホログラフィ原理  
(AdS/CFT)

ブラックホール  
量子重力×超弦理論



(b) Holographic pentagon code

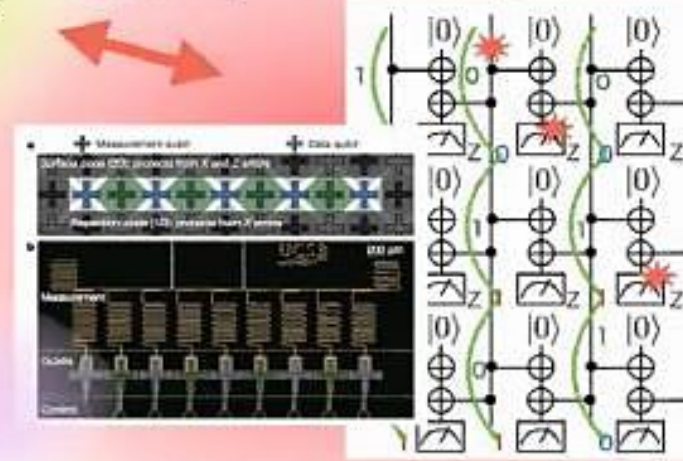
[Pastawski et al., JHEP '15]

符号構造  
幾何学

## 量子誤り訂正

量子コンピュータの実現のための必須理論  
量子多体系の空間構造・幾何学

実装 [量子情報実験]



[Kelly et al., Nature '15]

復号化問題  
スピングラス模型  
分配関数

[統計物理]

近似的量子誤り訂正

孤立量子系の緩和 量子可積分系

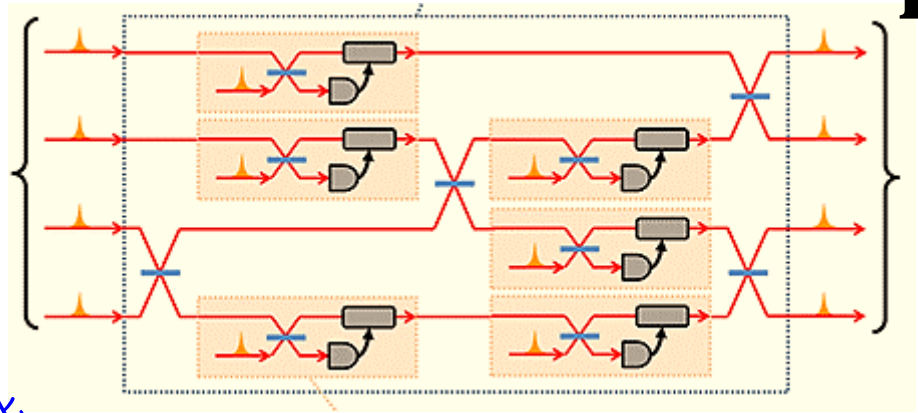
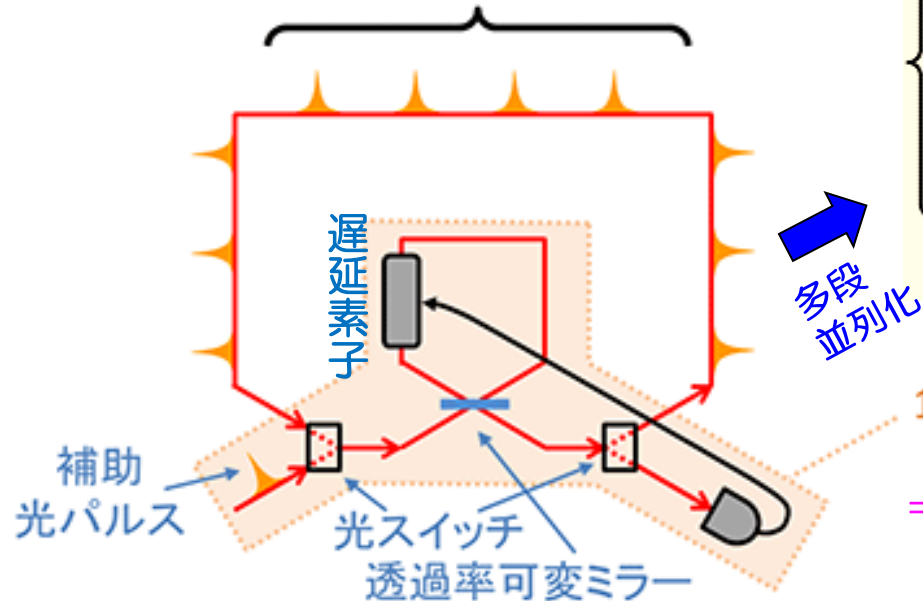
ETH, matchgate · free fermion

# 光量子コンピュータの仕組み

n



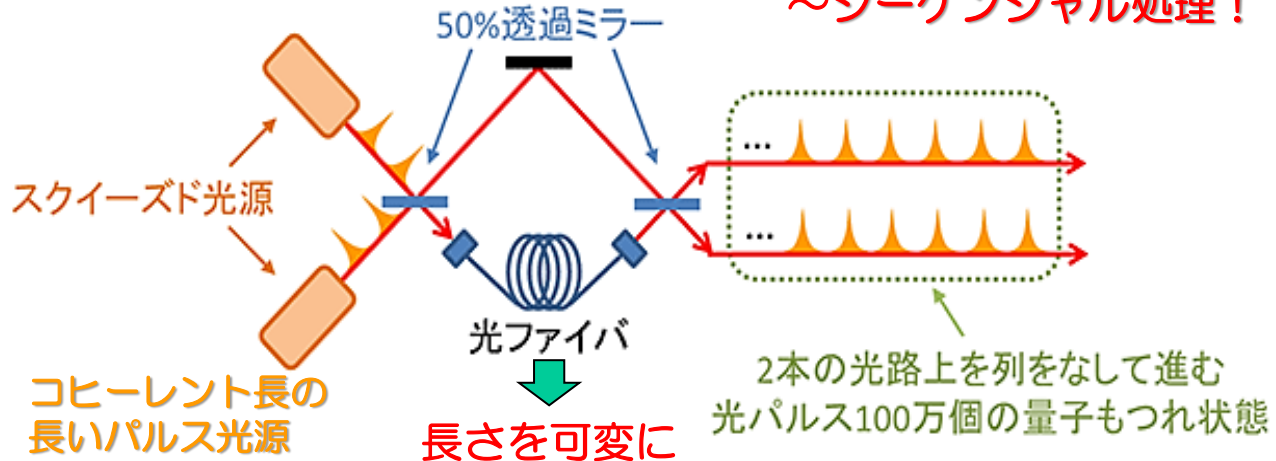
情報に乗せた多数の光パルスは、  
一列に並んでループを周回



1個の量子テレポーション回路を、  
機能を変えながら繰り返し利用  
⇒一方を遅延させながら、各パルスを  
重ね合わせて、全結合させる仕組み

～シーケンシャル処理！

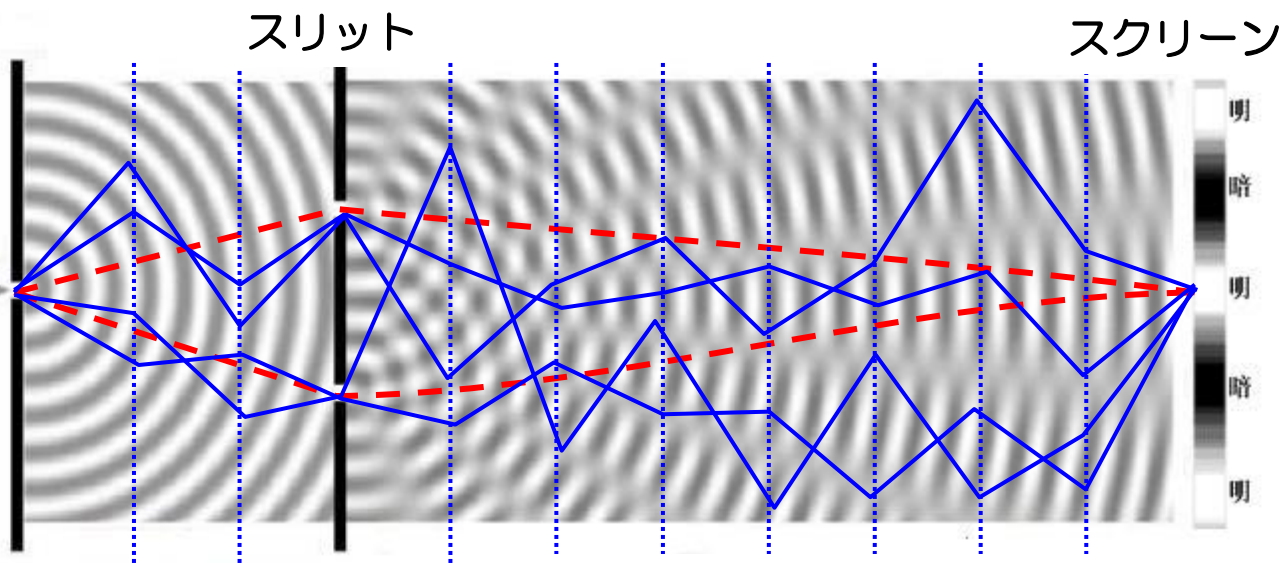
どどのつまりは



# 【理論】 ファインマン経路積分形式



スペースシャトル  
チャレンジャー  
の事故調査も



「あらゆる経路は起こり得る！」

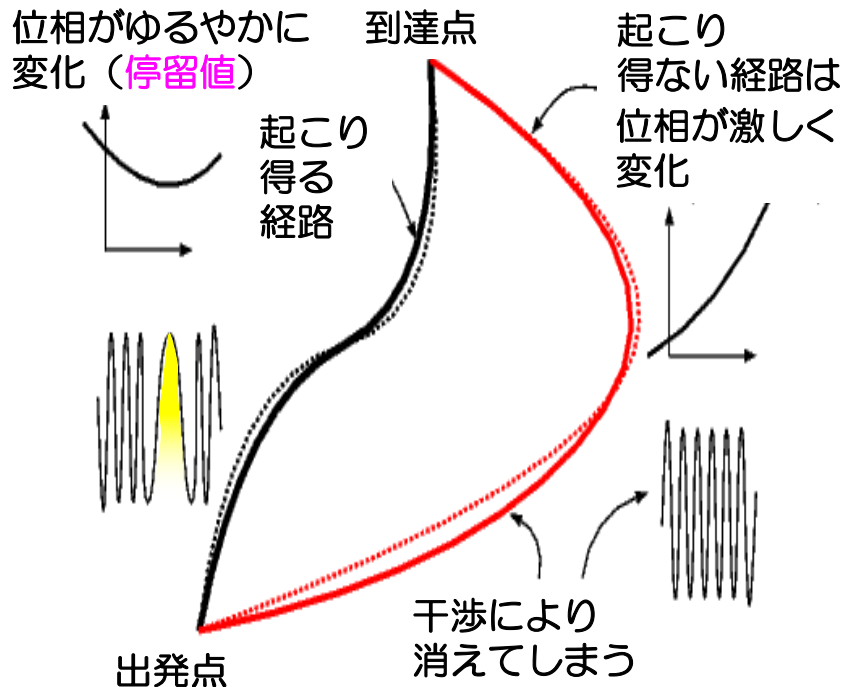
プロセスも

≒フェルマー  
定理

$$\text{遷移確率} \propto |\psi|^2 = \psi^* \psi$$

$$\psi_f \propto \iiint \dots \iiint \cdot e^{-iS/\hbar} \cdot \psi_i$$

$$S[i, f] = \int_i^f dt \left( \frac{p^2}{2m} - V(x) \right)$$



# 【理論】 シュレディンガー波動方程式

見つけちゃった!



シュレディンガー

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{(x,y,z;t)} = \hat{H} \Psi_{(x,y,z;t)}$$

$$\hbar \equiv \frac{h}{2\pi}$$

$$\Psi_{(x,y,z;t)} \equiv \psi_{(x,y,z)} \cdot e^{-iEt/\hbar} \Rightarrow E\psi_{(x,y,z)} = \hat{H}\psi_{(x,y,z)}$$

裏空間で位相が進む～波  $\hat{H}$ が作用して固有値E

“とびとび” のエネルギーE (実数) を導く作用素!

作用素：  
(演算子)  $\hat{H} \psi_{(x,y,z)} \equiv \left( \frac{\hat{p}_x^2 + \hat{p}_y^2 + \hat{p}_z^2}{2m} + \hat{V}_{(x,y,z)} \right) \psi_{(x,y,z)}$

$$\hat{p}_x \equiv -i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \text{ etc}$$

<対応原理>

$$\Rightarrow \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + V_{(x,y,z)} \right\} \psi_{(x,y,z)} = E \psi_{(x,y,z)}$$



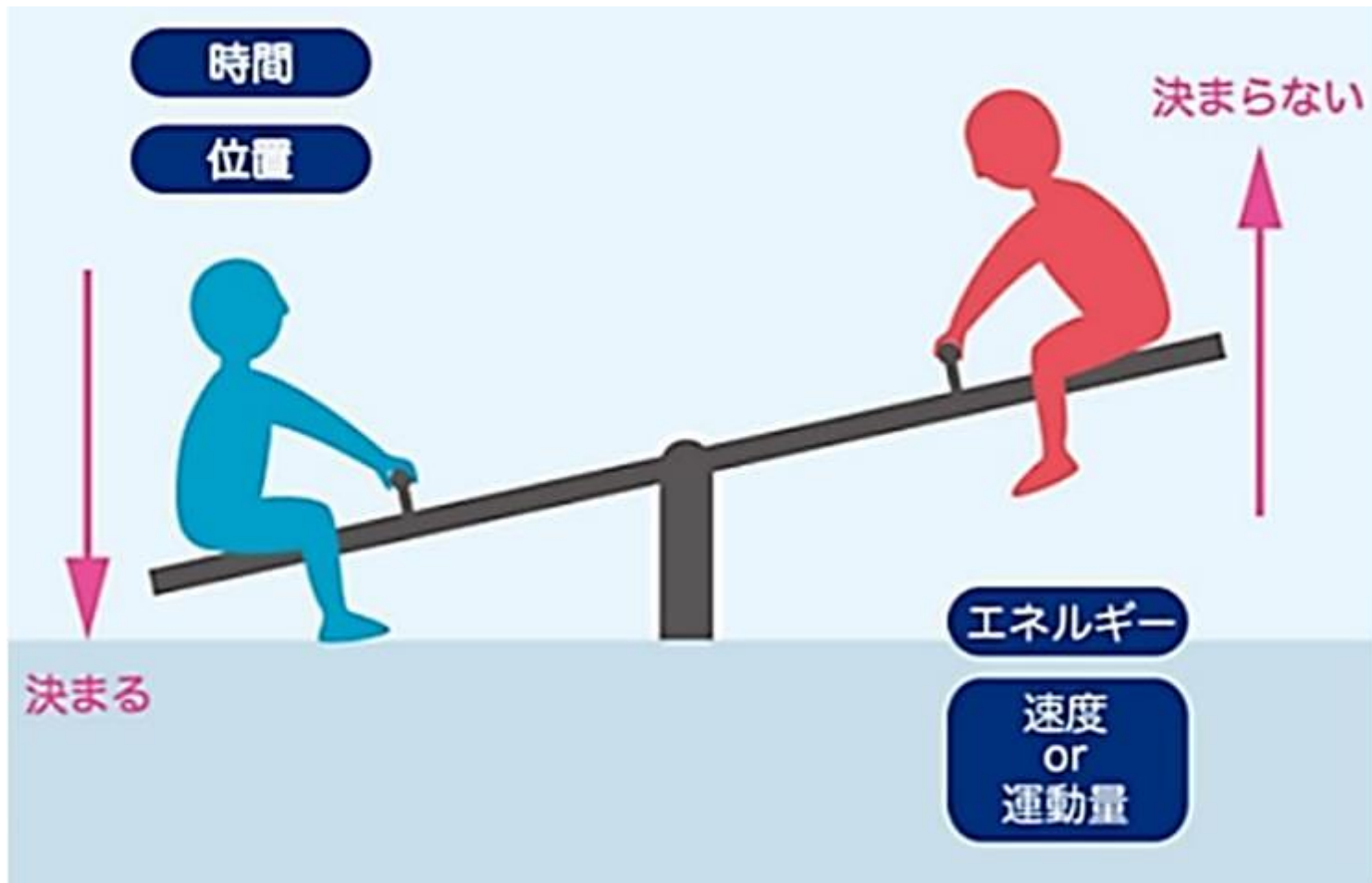
「波動関数：  $\Psi_{(x,y,z;t)}, \psi_{(x,y,z)}$  って何者？」



# 不確定性原理

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \hbar/2$$

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar/2$$



# 【理論】 相対論的量子力学

## (Dirac 方程式とその解)



(古典力学)

$$E = \frac{p^2}{2m} + V(r)$$

↓ 対応原理

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right\} \psi$$

シュレディンガー-方程式

⇔ (特殊相対論)

$$E^2 = (cp)^2 + (mc^2)^2$$

↓  $\Rightarrow E = \pm \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4}$  ←負?

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi = \{-ic^2 \hbar^2 \nabla^2 + m^2 c^4\} \psi$$

↑ 代入し右辺と一致する  $\alpha \beta$  とは?

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi = \{-c \alpha \cdot \nabla + \beta mc^2\} \psi$$

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$\alpha = (\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z)$$

“線形” と仮定!

単純数ではありえない ⇒ 行列! ←天才Diracの発想

⇒ 4つの基本解

$$\alpha_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \alpha_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & -i & 0 \\ 0 & i & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

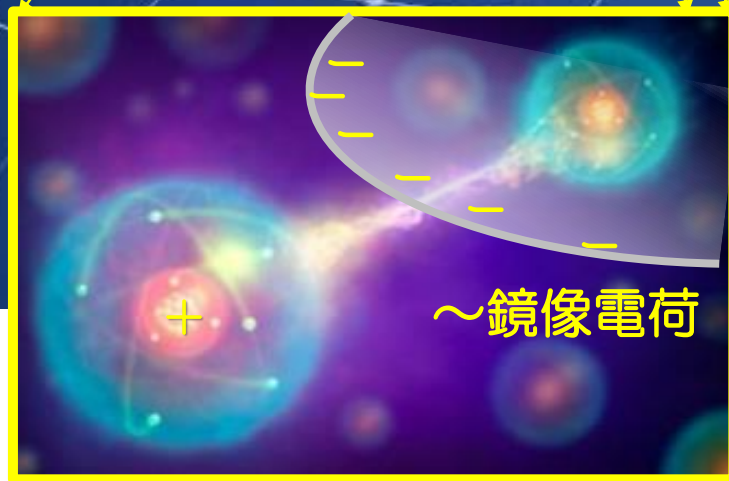
$$\alpha_z = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{解: } \psi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \psi_3 \\ \psi_4 \end{bmatrix}$$

	粒子	電荷	スピン
1	電子 (粒子)	-1	1/2
2			-1/2
3	陽電子 (反粒子)	+1	1/2
4			-1/2

# ブラックホールにおける“量子もつれ” 40

ベッケンシュタイン・ホーキングの公式

$$S_{BH} = \frac{A_{horizon} c^3 k_B}{4\hbar G}$$



# おまけ 新型コロナの感染状況

2022. 11. 28 時点

