問題は次ページ

から始まります。

「新教育課程履修者」は，選択できません。

旧　数　学　I

（全　問　必　答）

第１問　（配点　25）

〔１〕　k，a，b，c を実数とする。x の４次式

$$x^4+5x^3+6x^2+kx-8$$

は

$$(x^2+ax+4)(x^2+bx-c)$$

と因数分解されているとする。

(1)　$c=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2)　$a<b$ ならば，$a=$ $\boxed{\text{イ}}$，$b=$ $\boxed{\text{ウ}}$ であり，このとき

$k=$ $\boxed{\text{エオ}}$ となる。

$a \geqq b$ ならば，$a=$ $\boxed{\text{カ}}$，$b=$ $\boxed{\text{キ}}$ であり，このとき

$k=$ $\boxed{\text{クケ}}$ となる。

（旧数学Ｉ第１問は次ページに続く。）

〔2〕 a を定数とし，x の二つの不等式

$$\begin{cases} 7x + 2 < 3x + a & \cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ x + 11 < \sqrt{2}\,x + 5 & \cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

を考える。

下の $\boxed{\text{サ}}$，$\boxed{\text{タ}}$，$\boxed{\text{チ}}$ には，次の⓪～④のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　　① $<$　　② $\geqq$　　③ $\leqq$　　④ $=$

(1) $a = 10$ のとき，不等式 ① を満たす正の整数 x は $\boxed{\text{コ}}$ 個である。

(2) 不等式 ② の解は

$$x \ \boxed{\text{サ}} \ \boxed{\text{シ}}\sqrt{2} + \boxed{\text{ス}}$$

である。

(3) ① と ② の連立不等式を満たす整数 x がちょうど 10 個存在するような a の値の範囲は

$$\boxed{\text{セソ}} \ \boxed{\text{タ}} \ a \ \boxed{\text{チ}} \ \boxed{\text{ツテト}}$$

である。

旧数学Ｉ

第２問 （配点　25）

２次関数

$$y = -x^2 + 2x + 2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフの頂点の座標は$\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$である。また

$$y = f(x) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

はxの２次関数で，そのグラフは，①のグラフをx軸方向にp，y軸方向にqだけ平行移動したものであるとする。

(1)　下の$\boxed{\text{ウ}}$，$\boxed{\text{オ}}$には，次の⓪～④のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。ただし，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　　① $<$　　② $\geqq$　　③ $\leqq$　　④ $\neq$

$2 \leqq x \leqq 4$における$f(x)$の最大値が$f(2)$になるようなpの値の範囲は

$$p\ \boxed{\text{ウ}}\ \boxed{\text{エ}}$$

であり，最小値が$f(2)$になるようなpの値の範囲は

$$p\ \boxed{\text{オ}}\ \boxed{\text{カ}}$$

である。

（旧数学Ｉ第２問は次ページに続く。）

(2)　②のグラフが点$(-2,\ 0)$を通るとき

$$q = p^2 + \boxed{\text{キ}}\,p + \boxed{\text{ク}},$$

$$f(x) = -\left(x + \boxed{\text{ケ}}\right)\left(x - \boxed{\text{コ}}\,p - \boxed{\text{サ}}\right)$$

である。

(3)　2次不等式$f(x) > 0$の解が$-2 < x < 3$になるのは

$$p = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad q = \frac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

のときである。

旧数学Ⅰ

第3問 (配点 30)

$\triangle$ABC において，AB $= 4$，BC $= 7$，CA $= \sqrt{23}$ とし，点 A から辺 BC へ下ろした垂線と BC の交点を D とする。このとき

$$\cos\angle\mathrm{ABC} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\quad \sin\angle\mathrm{ABC} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}},\quad \mathrm{AD} = \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

である。

点 C から直線 AB へ下ろした垂線と直線 AB の交点を E とすると，点 E は辺 AB の A の側の延長上にあり

$$\mathrm{BE} = \frac{\boxed{\text{カキ}}}{\boxed{\text{ク}}},\quad \cos\angle\mathrm{DAE} = \frac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}$$

である。

(旧数学Ⅰ第3問は次ページに続く。)

さらに直線 AD と直線 CE の交点を F とする。このとき

$$\mathrm{AF} = \frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}, \quad \mathrm{BF} = \frac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タチツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

となり，△ABF の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{\text{ト}}\sqrt{\boxed{\text{ナニヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。また

$$\frac{\triangle\mathrm{ABD}\text{ の面積}}{\triangle\mathrm{AEF}\text{ の面積}} = \frac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$$

である。

旧数学Ⅰ

第4問 (配点 20)

a を定数とし，x の連立不等式

$$\begin{cases} x^2-(2a^2+3a+2)x+2a^2+3a+1 \geqq 0 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ x^2-(a^2+2a+10)x \leqq 0 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

を考える。

(1) ① の左辺の式を因数分解すると

$$\left(x-\boxed{\text{ア}}\right)\left(x-\boxed{\text{イ}}a^2-\boxed{\text{ウ}}a-\boxed{\text{エ}}\right)$$

である。

(2) この連立不等式①，② の解は $a=1$ のとき

$$\boxed{\text{オ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{カ}}, \qquad \boxed{\text{キ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{クケ}}$$

である。

また，$a=4$ のとき

$$\boxed{\text{コ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{サ}}$$

である。

(旧数学Ⅰ第4問は次ページに続く。)

(3) すべての実数が ① を満たすための条件は $a = \boxed{\text{シ}}$，$\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

したがって，$a = \boxed{\text{シ}}$ のとき，この連立不等式 ①，② の解は

$$\boxed{\text{タ}} \leqq x \leqq \boxed{\text{チツ}}$$

であり，$a = \dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ のとき

$$\boxed{\text{テ}} \leqq x \leqq \dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。