



木琴 (解説)

小課題 1

この小課題では、 N^2 回の質問をすることができる。全ての組み合わせについて質問をすることができる。まず、区間の片端の値が、区間内の最大値または最小値になっている区間について考える。これを良い区間と呼ぶ。対称性より、以下では、区間 $A[M] \sim A[M+K-1]$ について、左端 $A[M]$ がその区間内の最小値になっている場合を考える。ここで、 $\text{Query}(M, M+K-1)$ は、区間内の最大値と最小値の差である。この値を D とする。このとき、 $\text{Query}(M, M+K-1)$, $\text{Query}(M, M+K-2)$, ... の順に質問をすると、戻り値は広義単調減少である。 $\text{Query}(M, M+K-i) \neq D$ となる最小の i について、 $A[M+K-i+1]$ がその区間内の最大値になり、この値が分かる。すると、区間 $A[M] \sim A[M+K-i]$ および区間 $A[M+K-i+1] \sim A[M+K-1]$ が、それぞれ良い区間になる。これを繰り返すことで、良い区間内の全ての値が分かる。

あとは、最初の状態を、2つの良い区間に分ければ良い。 $\text{Query}(1, N)$, $\text{Query}(1, N-1)$, ... の順に質問をすると、 $\text{Query}(1, i) \neq N-1$ となる最小の i について、 $A[i+1]$ が最大値となることが分かる。このとき、区間 $A[1] \sim A[i+1]$ と区間 $A[i+1] \sim A[N]$ が、それぞれ良い区間になる。

小課題 2

小課題 1 の解法の「順に質問をする」ところで、順に質問をする代わりに二分探索を行うことで、1つの値を $\log N$ 回の質問で求めることができる。したがって、合計 $N \log N$ 回の質問で求めることができる。

小課題 3 (満点解法)

全ての隣り合う 2 つ組 ($N-1$ 個) と、3 つ組 ($N-2$ 個) について質問をする。
全ての 3 つ組 $A[i], A[i+1], A[i+2]$ について、

- $\text{Query}(i, i+2) = \text{Query}(i, i+1) + \text{Query}(i+1, i+2)$ のとき、 $A[i]$ と $A[i+1]$ の間の「増加/減少」と、 $A[i+1]$ と $A[i+2]$ の間の「増加/減少」とが同じであることが分かる。
- $\text{Query}(i, i+2) \neq \text{Query}(i, i+1) + \text{Query}(i+1, i+2)$ のとき、 $A[i]$ と $A[i+1]$ の間の「増加/減少」と、 $A[i+1]$ と $A[i+2]$ の間の「増加/減少」とが異なることが分かる。

隣り合う 2 つの数の差は、質問よりすでに分かっている。増加/減少を考慮して順に足し合わせることで、全ての数の相対的な大きさが分かる。

あとは、その最大値・最小値を見て、問題の条件に合うように符号を変えて、適切な定数を足せばよい。