



秘密 (Secret)

JOI Open Contest 2014 Day 2

解説：保坂 和宏



問題概要

- **Init**: 数列 A_0, A_1, \dots, A_{N-1} が与えられる
- **Query**: $A_L \star A_{L+1} \star \dots \star A_R$ の値は？
- $N \leq 1000$, **Query** は 10000 回以下
- \star は結合的, 関数 **Secret** を呼んで聞く
 - **Init** では 8000 回まで
 - 各 **Query** では 1 回まで

単純な解法 (1) (6 点)

- 各 **Query** に対して **Secret** を $R - L$ 回呼んで計算する

$$(((A_L \star A_{L+1}) \star A_{L+2}) \star \dots) \star A_R$$

- 最悪で $N - 1$ 回

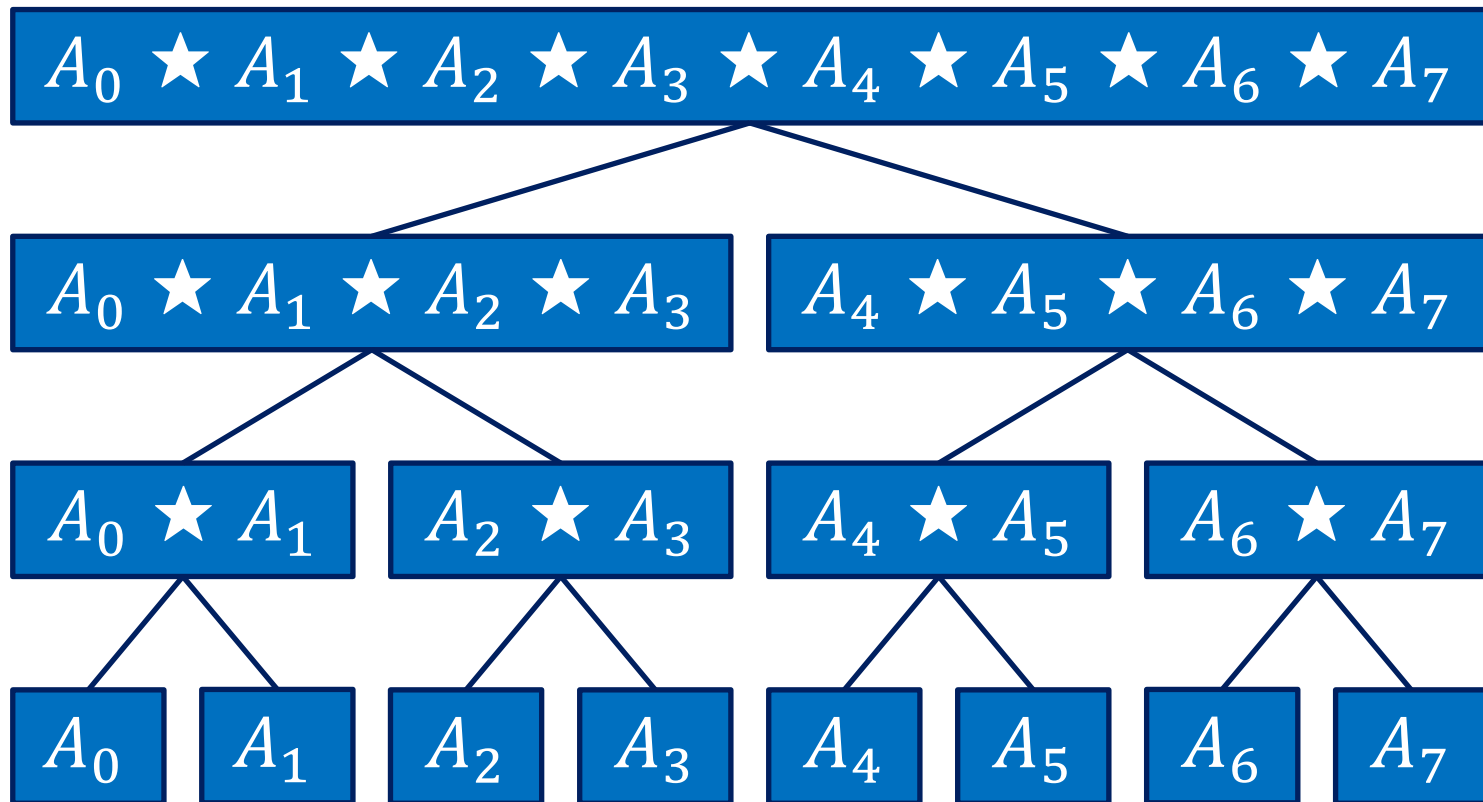
単純な解法 (2) (6 点)

- **Init** ですべての区間 $[L, R]$ に対して答えを求めてしまう
 - $[L, R]$ の答えは $[L, R - 1]$ に対する答えから **Secret** 1 回の呼び出しで求まる
- **Init** で $N(N - 1)/2$ 回
- 各 **Query** で 0 回

改善のためには？

- うまく前計算する
 - **Init** でいくつかの区間に対して答えを求めておく
 - **Query** では、与えられた区間を、答えを求めておいた区間いくつかに分割する

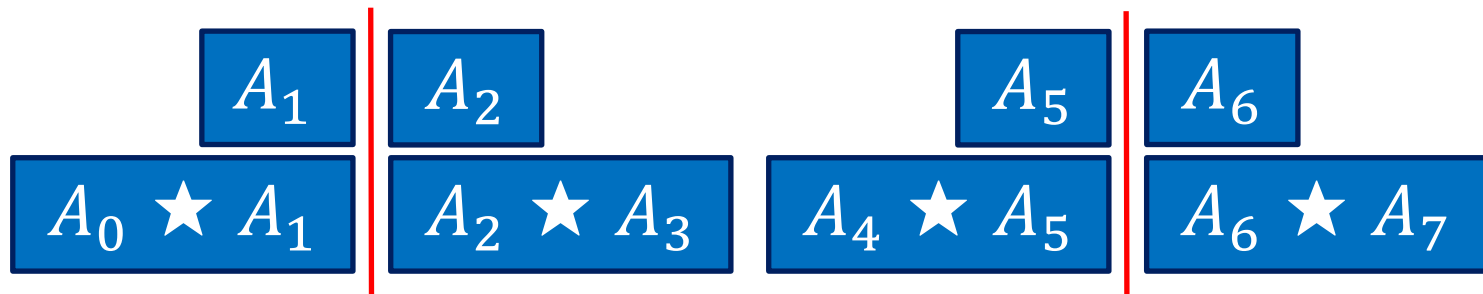
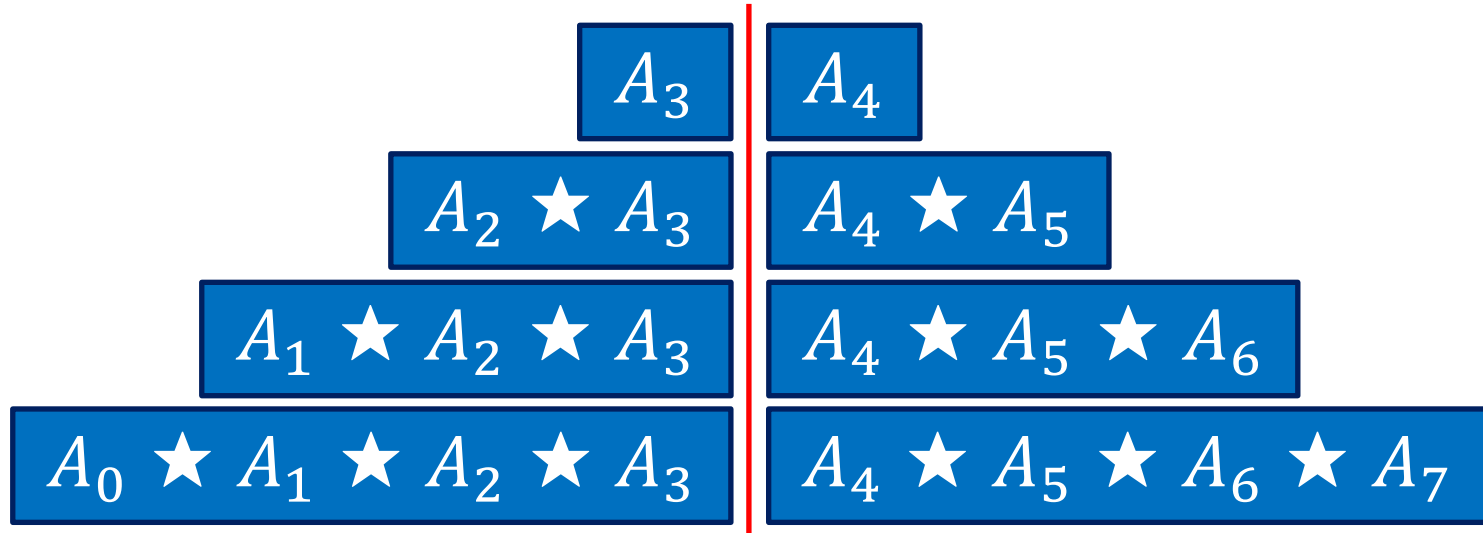
Segment tree (30 点)



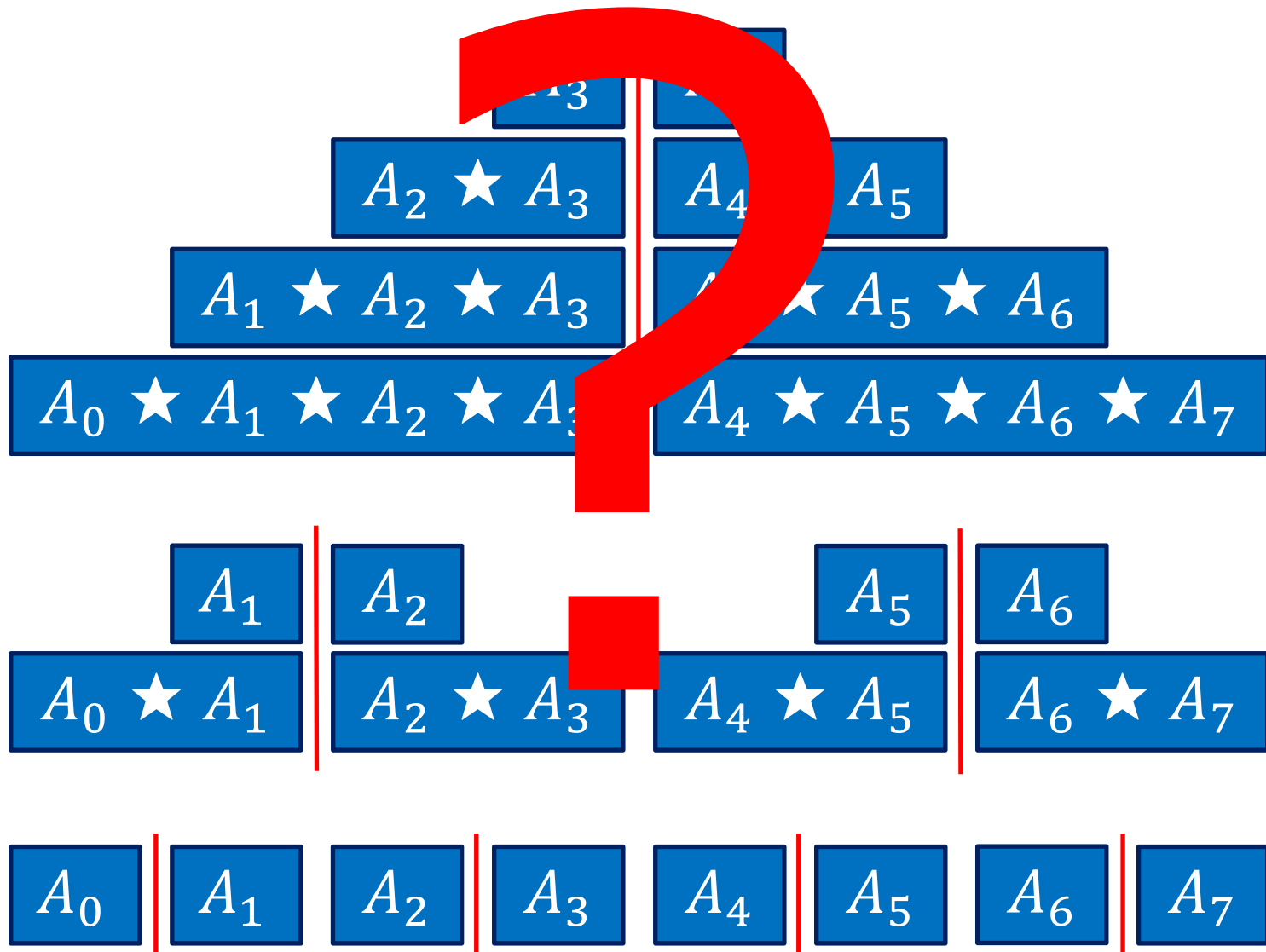
Segment tree (30 点)

- k 段目は幅 2^{k-1} ごとに分割
 - N が 2 の冪でないときは, 上から再帰的に半々にしていてもよい
- **Init** で $N - 1$ 回
- **Query** の区間は, $2 \times (\text{段数})$ 個以下の区間たちに分割できる
 - $1000 < 2^{10}$ より 10 段以下 \rightarrow 20 回以下

満点解法



満点解法





分割統治法

–Divide and Conquer–

分割統治法

function 前処理(l, r)

if $l + 1 = r$ **then return**

$m := \lfloor (l + r) / 2 \rfloor$

前処理(l, m)

前処理(m, r)

$A_{m-1}, A_{m-2} \star A_{m-1}, \dots, A_l \star \dots \star A_{m-2} \star A_{m-1}$
を順に求める

$A_m, A_m \star A_{m+1}, \dots, A_m \star A_{m+1} \star \dots \star A_{r-1}$
を順に求める

分割統治法

区間 $[l, r - 1]$ に
ついて前処理

function 前処理(l, r)

if $l + 1 = r$ **then return**

$m := \lfloor (l + r) / 2 \rfloor$

前処理(l, m)

前処理(m, r)

m より左について
再帰的に前処理

m より右について
再帰的に前処理

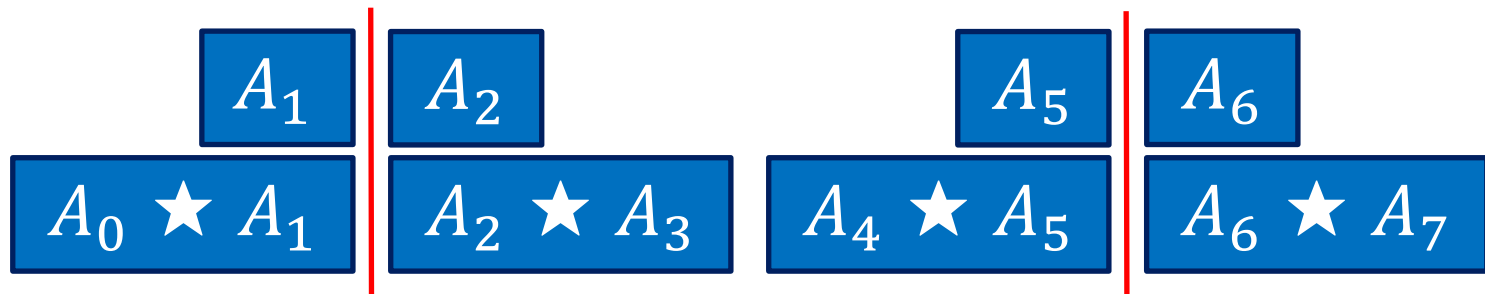
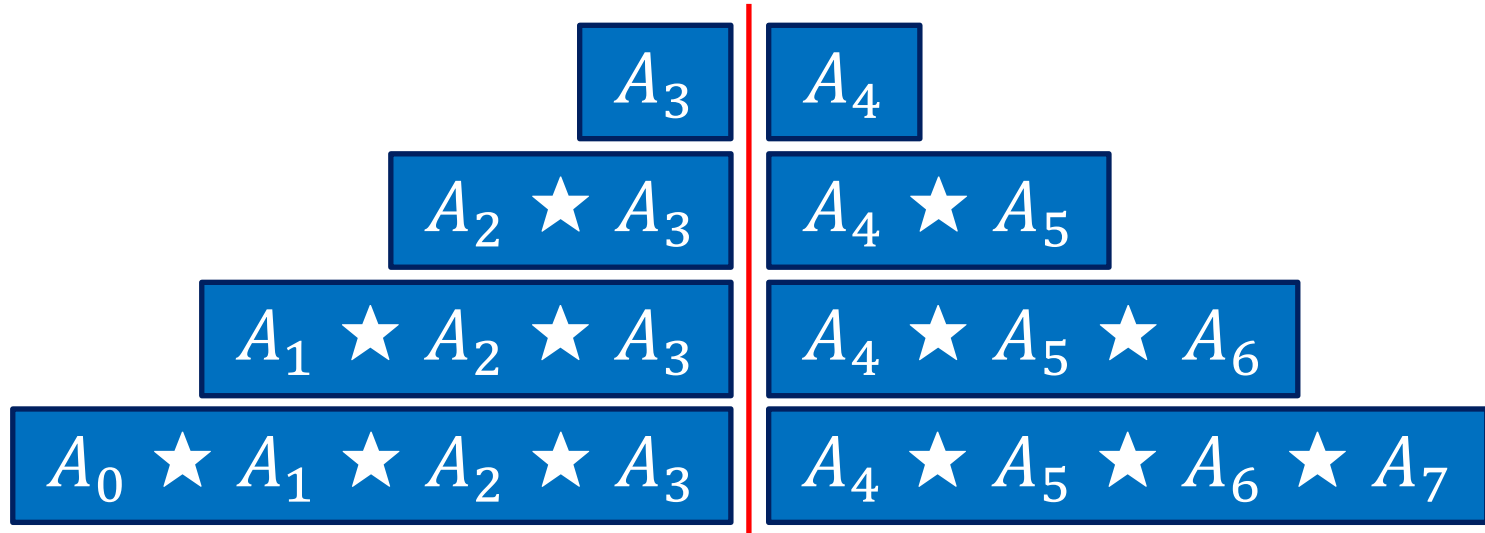
$A_{m-1}, A_{m-2} \star A_{m-1}, \dots, A_l \star \dots \star A_{m-2} \star A_{m-1}$
を順に求める

$A_m, A_m \star A_{m+1}, \dots, A_m \star A_{m+1} \star \dots \star A_{r-1}$
を順に求める

m でぶった切っ
たときの右側

m でぶった切っ
たときの左側

満点解法



満点解法

- **Init** で $O(N \log N)$ 回
 - 具体的に回数を数えると 8000 回で足りる
 - 1 段目は 0 回
 - 2 段目は 500 回
 - 3 段目は 500 回でできる (2 段目と同じものを計算しない)
 - 4 段目から 10 段目はそれぞれ 1000 回未満でできる
 - 再帰的に半々にすると 7000 回程度
- どの区間も 2 個以下の区間に分割できる